

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НАНОСПУТНИКА ТНС-0№2 ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ НИЗКОЛЕТЯЩИХ СПУТНИКОВ

**Панкратов В.А.,**

*МГТУ им. Н.Э. Баумана*

mathmod@live.ru

**Литун С.И.**

*ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН*

litun.svetlana@mail.ru

*Аннотация: Работа посвящена важной задаче механики космического полета – анализу орбитального движения низколетящего искусственного спутника Земли (ИСЗ) с целью уточнения параметров атмосферы для повышения точности прогнозирования баллистического движения орбитальных объектов в верхних слоях атмосферы.*

Ключевые слова: спутник ТНС-0 №2, SGP4, динамическая модель движения КА, EGM, IGRF, метод наименьших квадратов, баллистический коэффициент, индекс геомагнитной возмущенности.

### **Введение**

Космические исследования – это не только новый этап в развитии науки о космосе, это эпоха в развитии науки вообще, эпоха значительных успехов многих областей науки и техники. С появлением искусственных спутников изучение эволюции орбит приобрело новое значение. Для спутников Земли очень важно исследовать закономерности изменения орбиты под влиянием атмосферы Земли (в классической небесной механике такой проблемы не существует) и нецентральности земного гравитационного поля. Ведь при техническом проектировании космического аппарата надо быть уверенным, что в течение заданного срока спутник будет находиться на орбите, а не упадет на Землю. Или что орбита не уйдет в результате эволюции из области пространства, представляющей интерес для исследования. С помощью применения математических методов появляется возможность достичь грандиозных результатов и решить ряд выдвигаемых задач по изучению траекторий движения не пилотируемых космических летательных аппаратов.

Обычно для уточнения параметров атмосферы ставится космический эксперимент. В рамках эксперимента запускается пассивный КА, имеющий сферическую форму, а с помощью наземных станций радиоконтроля орбиты измеряются и рассчитываются параметры движения. Затем по орбитальному движению космического аппарата уточняют модель атмосферы.

Однако в представленной работе предлагается расширить средства уточнения параметров аэродинамического сопротивления. Вместо специального тестового спутника рассматривается КА ТНС-0 №2 общего назначения, имеющий известные геометрические размеры и массу. Конструктивные параметры спутника: площадь сечения, перпендикулярная оси цилиндра  $S_{min} = 0.02 \text{ м}^2$ , площадь сечения, проходящая через ось цилиндра  $S_{max} = 0.06 \text{ м}^2$ , масса  $m = 4.8 \text{ кг}$ .

Наноспутник ТНС-0 № 2 имеет корпус в форме правильного 6-угольного цилиндра. При моделировании будем считать форму спутника круговым цилиндром. Центр масс находится на оси симметрии корпуса.

В работе описаны результаты, относящиеся к методике уточнения индекса геомагнитной возмущенности. Данный индекс используется в различных моделях плотности атмосферы. Индекс геомагнитной возмущенности  $K_p$ , входящий в модель плотности атмосферы, довольно изменчив и имеет огрубленное значение, осредненное по трехчасовым индексам геомагнитной возмущенности, определенным на 13-ти геомагнитных обсерваториях.

Предлагается уточнять этот индекс посредством определения движения низкоорбитального тестового спутника общего назначения ТНС-0 №2 цилиндрической формы. Получаемые результаты предлагается использовать для уточнения решения ряда задач, в которых применяется данная модель движения. Разумеется, найденные поправки можно использовать только на том интервале времени, для которого они были определены. Кроме того, для использования полученных уточнений, орбита нового спутника должна быть близка к орбите рассматриваемого спутника [1].

По полученным значениям проверялась согласованность полученных расчетных данных с данными наблюдений.

## 1 Обработка траекторных данных с уточнением баллистического коэффициента

При обработке данных использовались уравнения движения (1), записанные в гринвичской системе координат с учетом нецентральности поля тяготения Земли и аэродинамического сопротивления атмосферы

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = v_1, \\ \dot{x}_2 = v_2, \\ \dot{x}_3 = v_3, \\ \dot{v}_1 = -\left(\frac{\mu}{|r|^3} + \omega_E^2\right)x_1 + 2\omega_E \dot{x}_2 - \rho_a c_b |\mathbf{v}| v_1 + f_1, \\ \dot{v}_2 = -\left(\frac{\mu}{|r|^3} + \omega_E^2\right)x_2 - 2\omega_E \dot{x}_1 - \rho_a c_b |\mathbf{v}| v_2 + f_2, \\ \dot{v}_3 = -\left(\frac{\mu}{|r|^3} + \omega_E^2\right)x_3 - \rho_a c_b |\mathbf{v}| v_3 + f_3. \end{cases}$$

Здесь  $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)$  – возмущающее ускорение, обусловленное нецентральностью земной гравитации,  $\rho_a$  – плотность атмосферы,  $c_b$  – баллистический коэффициент,  $\omega_E$  – угловая скорость вращения Земли.

Нецентральность поля тяготения учитывалась с точностью до членов порядка (16,16) включительно при разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям, использовалась стандартная модель EGM2008.

Интегрирование системы уравнений движения центра масс космического аппарата осуществлялось с помощью метода Рунге-Кутты. Расчетные значения объединим в векторы  $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ , где  $x_1, x_2, x_3$  – гринвичские координаты спутника,  $v_1, v_2, v_3$  – компоненты вектора скорости.

В качестве начальных данных использовались результаты наблюдений, полученные с использованием открытой американской модели SGP4 [2]. Данная модель позволяет строить непрерывные аппроксимации измерений по данным TLE, полученным с наземных станций системы радиоконтроля группировки NORAD [3]. Эти данные представляли собой ряды  $\mathbf{R}^{(n)} = (R_1^{(n)}, R_2^{(n)}, R_3^{(n)})$ ,  $\mathbf{V}^{(n)} = (V_1^{(n)}, V_2^{(n)}, V_3^{(n)})$  на равномерной временной сетке  $\{t_n\}$  с шагом равным 1 минуте и были сгруппированы в наборы из  $N = 1440$  наблюдений, соответствующих одним суткам. Данные наблюдений охватывали 500 дней полета.

Из-за различных влияний со стороны активностей на Солнце, геомагнитных активностей значение плотности атмосферы, входящей в модель аэродинамического сопротивления, может значительно отличаться от прогнозируемого. Российский ГОСТ Р 25645.166-2004 плотности атмосферы для баллистических расчетов [4] содержит три основных параметра: индексы солнечной активности  $F_{10.7}$  и  $F_{81}$  и индекс геомагнитной возмущенности  $K_p$ . Индексы солнечной активности довольно медленно меняются и достаточно точно прогнозируются, в отличие от них индекс  $K_p$  не только более изменчив, но ещё и более огрублен [4]. Для расчетов повышенной точности рекомендуется уточнять именно этот параметр. Кроме того, стандарт так же рекомендует уточнять баллистический коэффициент  $c_b$  по результатам наблюдений за движением ИСЗ с целью согласования плотности, рассчитанной согласно модели ГОСТ, и её фактическим значением.

В работе был рассмотрен технологический наноспутник ТНС-0 №2, совершающий ориентированный полет вокруг Земли, геометрические размеры и масса которого точно известны

[5]. Форма спутника – правильный шестиугольник. Для упрощения математической модели форма корпуса рассматривалась в виде кругового цилиндра. На спутнике установлена пассивная система магнитной ориентации. После окончания переходных процессов и демпфирования угловой скорости ось симметрии корпуса отслеживала вектор напряженности магнитного поля Земли. В численном моделировании для определения магнитного поля Земли использовалась модель IGRF2015.

Исходя из конструктивных особенностей КА, баллистический коэффициент, равный отношению площади миделевого сечения ИСЗ к его массе, можно представить в виде (2)

$$(2) \quad c_b = \frac{S_0}{m} = \frac{S_{min}}{m} (\cos\psi + 3\sin\psi) = \tilde{c}_b (\cos\psi + 3\sin\psi),$$

где  $\psi$  – угол между вектором геомагнитной напряженности и вектором скорости ИСЗ,  $\tilde{c}_b$  – параметр согласования модели аэродинамического сопротивления с данными наблюдений.

Баллистический коэффициент зависит от величин, меняющихся со временем, он не является постоянной величиной, как, например в случае спутника сферической формы.

Для согласования баллистического коэффициента КА с данными наблюдений вдоль решения системы уравнений орбитального движения ИСЗ в течение суток вычислялся функционал

$$(3) \quad \Phi(\mathbf{z}) = \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^3 \left[ \left( R_j^{(n)} - r_j(t_n, \mathbf{z}) \right)^2 + \tau^2 \left( V_j^{(n)} - v_j(t_n, \mathbf{z}) \right)^2 \right],$$

где  $\mathbf{z} = (\mathbf{y}, \tilde{c}_b)$ ,  $\mathbf{y} = (x_1(t_0), x_2(t_0), x_3(t_0), v_1(t_0), v_2(t_0), v_3(t_0))$  – вектор параметров, состоящий из начальных условий и параметра согласования  $\tilde{c}_b$ ,  $r_j(t_n)$ ,  $v_j(t_n)$  – компоненты вектора координат и вектора скорости соответственно в заданный момент времени  $t$ ,  $\tau = 10^3$  с – весовой коэффициент. Минимизация  $\Phi$  по  $\mathbf{z}$  выполнялась последовательно методами Левенберга-Марквардта и Гаусса-Ньютона [6].

Минимизация проводилась в два этапа: на первом этапе минимизация осуществлялась по начальным условиям, то есть по 6 параметрам, с баллистическим коэффициентом, вычисляемым по конструктивным параметрам КА. Результаты первого этапа являлись начальным приближением для второго, где минимизация проводилась по семи параметрам.

Минимизация выполнялась последовательно методами Левенберга-Марквардта и Гаусса-Ньютона. Индексы солнечной активности и индекс геомагнитной возмущенности вычислялись по правилам, определенным в ГОСТ.

По результатам минимизации было получено 500 значений параметра согласования  $\tilde{c}_b$ , была построена гистограмма (Рис.1) и эмпирическая функция распределения. При анализе графического представления был сделан вывод о нормальности распределения параметра согласования, который подтвердили критерии Колмогорова-Смирнова и Пирсона с уровнем доверия 95%.

Уточнение баллистического коэффициента проводилось косвенно, посредством уточнения параметра согласования. Оценкой значения параметра согласования принималась выборочная медиана распределения  $\tilde{c}_b = 0.00314$  м<sup>2</sup>/кг.

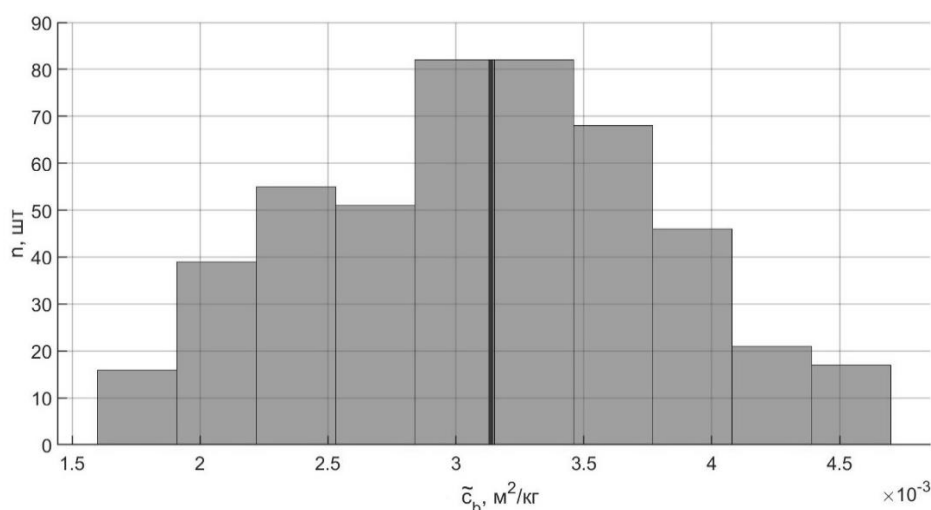


Рис.1. Гистограмма распределения  $\tilde{c}_b$

На Рис.2, Рис. 3 проиллюстрировано согласование данных наблюдений с расчётными аналогами, вычисленными с 7-ю параметрами, полученными после минимизации функционала МНК  $\Phi$ .

Первый график характеризует модуль разности абсолютных значений радиусов-векторов, а второй - модуль разности абсолютных значений скоростей.

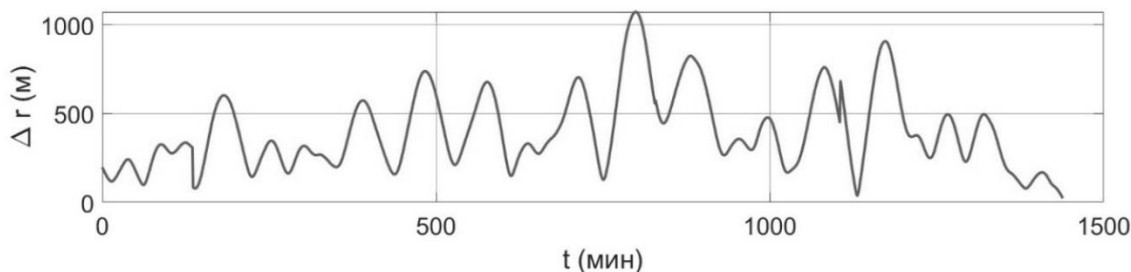


Рис.2. Модуль разности абсолютных значений радиусов-векторов за сутки

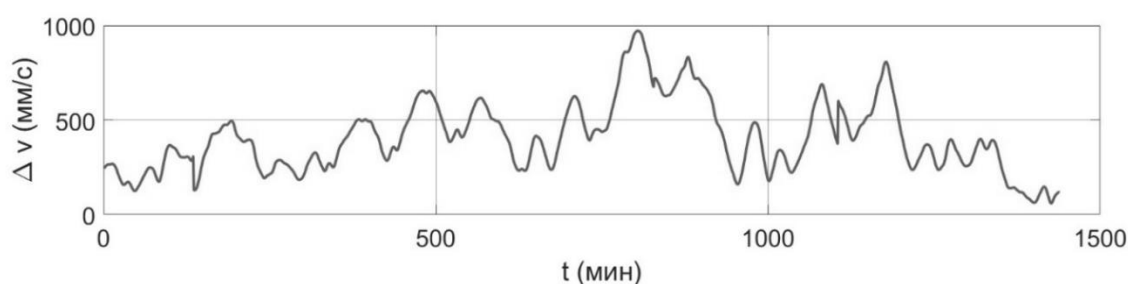


Рис.3. Модуль разности абсолютных значений скоростей за сутки

## 2 Обработка траекторных данных с уточнением индекса геомагнитной возмущенности

В алгоритме уточнения индекса геомагнитной возмущённости функционал  $\Phi$  рассматривался как функция начальных условий и индекса геомагнитной возмущенности. Параметр согласования выбирался постоянным в соответствии с полученным ранее результатом [1].

В качестве начального приближения выбиралось среднее значение индекса геомагнитной возмущенности за сутки, вычисленное по формуле левых прямоугольников.

В связи с вычислительными трудностями, связанными с точным вычислением производной плотности атмосферы по индексу геомагнитной возмущённости, минимизация  $\Phi$  по  $\mathbf{y}$  и  $p$  сводилась к вычислению функции (4) в последовательности точек  $K_p^{(n)}$ , сходящейся к пределу (5). Построение последовательности точек  $K_p^{(n)}$  не требовало вычисления производных плотности атмосферы.

$$(4) \quad \Phi_1(K_p) = \min_{\mathbf{y}} \Phi(\mathbf{y}, K_p)$$

$$(5) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} K_p^{(n)} = \operatorname{argmin} \Phi_1(K_p)$$

Вблизи минимума минимизация проводилась по всем параметрам одновременно с использованием приближённых значений производных плотности атмосферы

$$(6) \quad \Phi(\boldsymbol{\gamma}) \rightarrow \min, \quad \boldsymbol{\gamma} = (x_1(t_0), x_2(t_0), x_3(t_0), v_1(t_0), v_2(t_0), v_3(t_0), K_p).$$

Минимизация  $\Phi$  по  $\boldsymbol{\gamma}$  также осуществлялась последовательным применением методов Левенберга-Марквардта и Гаусса-Ньютона [6].

Анализ полученных результатов проводился в рамках стандартных предположений метода наименьших квадратов: ошибки в измерениях координат и компонент скорости независимы и имеют нормальные распределения с нулевыми средними значениями; стандартные отклонения ошибок координат (скоростей) одинаковы, но неизвестны.

Ковариационная матрица оценок определялась по формуле (7).

$$(7) \quad K = \sigma^2 H^{-1}, \quad \sigma = \sqrt{\frac{\Phi_{min}}{6N-7}}$$

$H$  – матрица системы нормальных уравнений,  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение аппроксимации.

Точность аппроксимации данных наблюдений найденным решением уравнений движения и точность определения этого решения обычно характеризуют стандартным отклонением ошибок измерений и стандартными отклонениями вектора параметров.

В таблице 1 представлены результаты численного моделирования.

Таблица 1. Результаты численного моделирования

Дата	$\sigma$ , км	$\sigma_{K_p}$	$K_p$ (до уточнения)	$K_p$ (после уточнения)
10.10.2017	0.185	0.0537	0.18	0.14
11.10.2017	0.185	0.0517	3.56	3.97
12.10.2017	0.179	0.0517	3.94	4.06
13.10.2017	0.180	0.0422	3.82	3.63
14.10.2017	0.206	0.0466	4.54	4.59
15.10.2017	0.182	0.0632	3.75	4.07
16.10.2017	0.191	0.0437	1.76	1.88
17.10.2017	0.176	0.0568	1.50	1.36
18.10.2017	0.176	0.0538	0.89	0.96
19.10.2017	0.189	0.0611	2.47	2.44

Выявлено, что с уточненным набором параметров расчетные значения вектора координат лучше аппроксимируют данные наблюдений. Средние квадратические отклонения аппроксимации имеют порядок  $10^{-1}$  км, что в рамках космического пространства несущественно.

На Рис.4 представлена зависимость индекса геомагнитной возмущенности в зависимости от суток за 200 дней. Сплошная линия отвечает индексам геомагнитной возмущенности, осредненным по трехчасовым индексам, пунктирная – полученные уточненные значения.

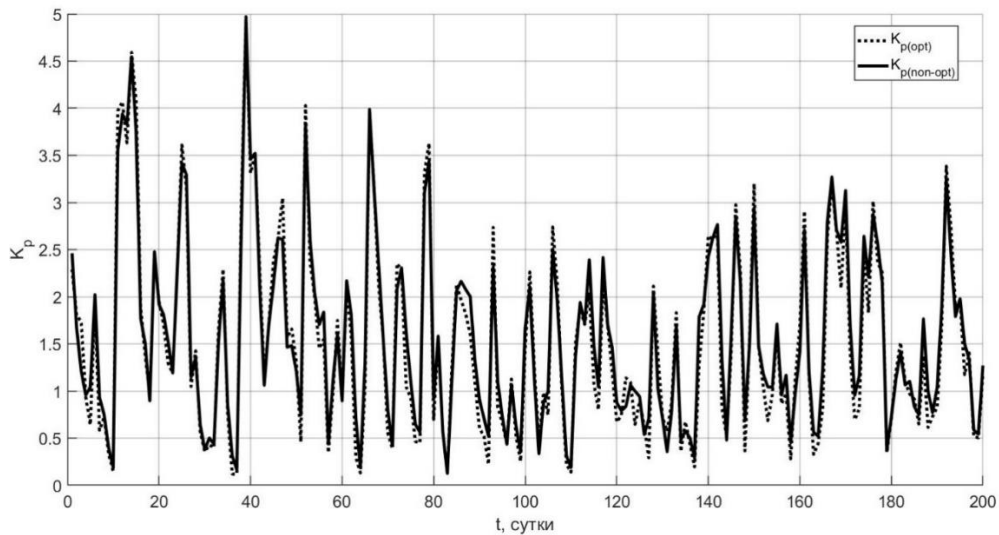


Рис.4. Изменение индекса геомагнитной возмущенности в зависимости от суток

В результате двухшаговой оптимизации определена оптимальная траектория движения спутника ТНС-0 № 2. На рисунках 4-6 представлены разности данных наблюдений и рассчитанных до оптимизации (пунктирная линия), разности данных наблюдений и рассчитанных с уточненными параметрами (сплошная линия).

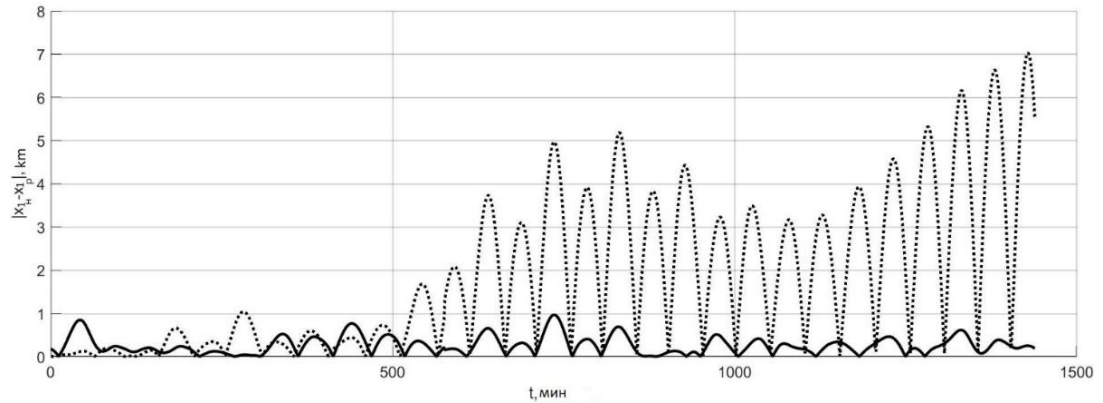


Рис.5. Модуль разности рассчитанной компоненты  $x_1$  от наблюдаемой. Момент времени  $t=0$  соответствует 14.10.2017 00.00.00 UTC

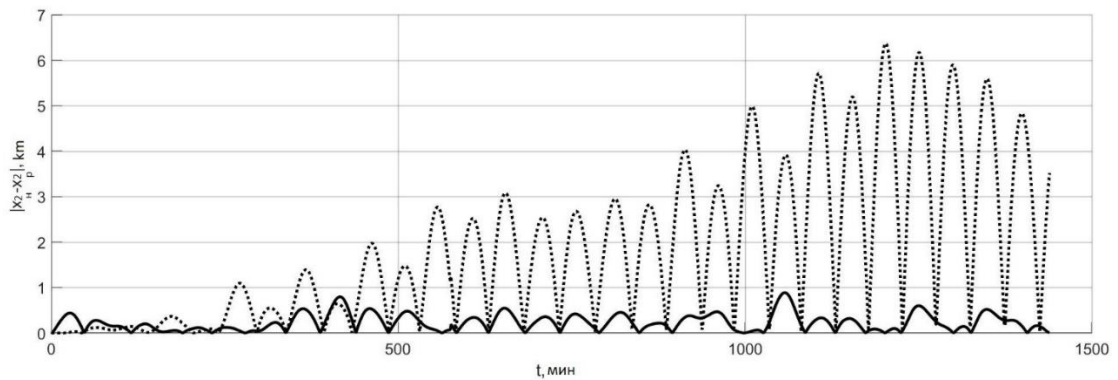


Рис.6. Модуль разности рассчитанной компоненты  $x_2$  от наблюдаемой. Момент времени  $t=0$  соответствует 14.10.2017 00.00.00 UTC

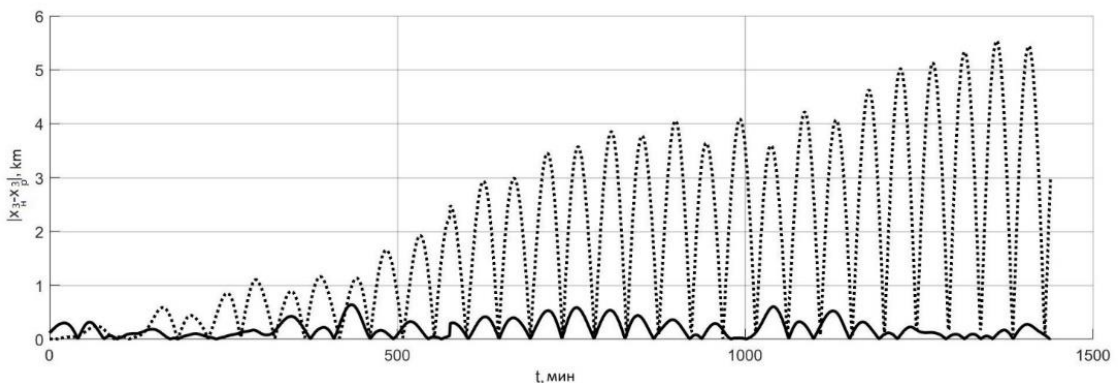


Рис.7. Модуль разности рассчитанной компоненты  $x_3$  от наблюдаемой. Момент времени  $t=0$  соответствует 14.10.2017 00.00.00 UTC

Точное знание параметров атмосферы позволяет решить многие задачи, например, провести анализ различных экспериментов, проводимых в области микрогравитации, провести оценку работоспособности различных систем, установленных на КА. Полученные результаты могут применяться к анализу экспериментов, проводимых в это же время.

По результатам исследования можно выделить основные решенные задачи: разработан алгоритм уточнения параметров аэродинамического сопротивления, действующего на КА общего назначения, за счет чего решен вопрос об отсутствии необходимости запускать специальный тестовый спутник для уточнения параметров модели аэродинамического сопротивления ; произведено уточнение индекса геомагнитной возмущенности.

## Литература

1. *Алямовский С.Н. [и др.] Уточнение индекса геомагнитной возмущенности по измерениям орбиты тестового спутника // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. – 2018. № 41. – 43 с.*
2. Project Space Track. <https://www.space-track.org/>
3. *Hoots F.R., Roehrich R.L. Models for propagation of NORAD element sets. –1988. Spacetrack report № 3, – 91 p.*
4. *ГОСТ Р 25645.166-2004 Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. – М: ИПК Издательство стандартов, 2004.*
5. *Иванов Д. С., Коптев М.Д., Овчинников М.Ю., Панцырный О.А., Селиванов А.С., Сергеев А.С., Хромов О.Е., Юданов Н.А. Система ориентации наноспутника ТНС-0 № 2, Москва, 2017. – 20 с.*
6. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация, – М.: Мир, 1985.– 509 с.*