

РАЗРАБОТКА И ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ СИГНАЛЬНЫХ ГРАФОВ И ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕПЛООБМЕННИКОВ

Пикина Г.А.¹, Пащенко Ф.Ф.²

¹ Национальный исследовательский университет «МЭИ»

² Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

PikinaGA@mail.ru, pif-70@yandex.ru

Аннотация: Выполнено сравнение двух предложенных авторами методов для определения характеристик многоточечных моделей теплообменников. Показано, что для радиационных поверхностей и конвективных поверхностей с наружным кипящим или конденсирующимся теплоносителем целесообразно применять метод сигнальных графов, а для прямоточных и противоточных конвективных теплообменников с однофазными теплоносителями безусловным преимуществом обладает дискретно-непрерывное преобразование Лапласа.

Ключевые слова: теплообменники, многоточечные модели, метод сигнальных графов, дискретно-непрерывное преобразование Лапласа.

Введение

В работе рассматривается проблема получения динамических характеристик линейных моделей теплообменников, предназначенных для использования в задачах синтеза систем автоматического регулирования. Модели с распределенными параметрами (РП) обладают наибольшей точностью отражения реальных процессов, но в силу их сложности возникают трудности, в частности, при использовании стандартных программ компьютерного моделирования. Модели с сосредоточенными параметрами первого порядка (СП1) имеют слишком низкую точность, хотя до сих пор применяются в научных исследованиях [1]. Альтернативой являются многоточечные модели (СП n), которые проще для использования, а по точности с увеличением порядка n стремятся к точности РП моделей. Проблема оставалась в отсутствии аналитических методов получения динамических характеристик таких моделей. Нами предложено два метода решения системы дифференциальных уравнений: метод сигнальных графов и метод непрерывно-дискретного преобразования Лапласа. Сравнение методов проведен на примерах моделей радиационной и конвективной поверхности парового котла.

1 Метод сигнальных графов

Линеаризованная система уравнений закона сохранения энергии входящих в состав участков теплообменника сред преобразуется по Лапласу относительно времени. Полученная система алгебраических уравнений отображается в виде сигнального графа. Передаточные функции отдельных каналов определяются с помощью универсальной топологической формулы Мейсена [2].

1.1 Радиационная поверхность

При допущении о независимости радиационного потока q_p от температуры теплопередающей стенки труб математическая модель каждого участка состоит из двух уравнений — для потока в трубах и для металла труб. Преобразованная по Лапласу система уравнений модели для n участков имеет вид:

$$\begin{cases} \vartheta^I = \frac{k^{\text{эф}}}{\alpha_2} W_M q_p + W_M \theta_2^I \\ \theta_2^I = W_2 \theta_2^H + St_2 W_2 \vartheta^I - k_{D2} W_2 D_2 \\ \dots\dots\dots \\ \vartheta_n = \frac{k^{\text{эф}}}{\alpha_2} W_M q_p + k_2 W_M \theta_2^K \\ \theta_2^K = W_2 \theta_2^{n-1} + St_2 W_2 \vartheta_n - k_{D2} W_2 D_2 \end{cases}$$

Здесь $\theta_2^1, \dots, \theta_2^k$; $\vartheta^1, \dots, \vartheta_n$ — температуры теплоносителя и стенок труб на границах участков;
 $W_2(p) = \frac{1}{\tau_2 p + 1 + St_2}$, $W_m(p) = \frac{1}{T_m p + 1}$ — передаточные функции потока и труб;
 $\tau_2 = M_2 / D_{20} n$, $St_2 = \alpha_2^{\text{ЭКВ}} H / c_2 D_{20} n$ — значения постоянной времени и числа Стентона потока, уменьшенные в n раз для многоточечной модели; $T_m = \rho_m c_m \delta / \alpha_2^{\text{ЭКВ}}$ — постоянная времени металла труб, а средний по длине трубы коэффициент при расходе равен $k_{D2} = (\theta_2^k - \theta_2^H) / D_{20} n$.

Сигнальный граф системы уравнений показан на рис. 1.

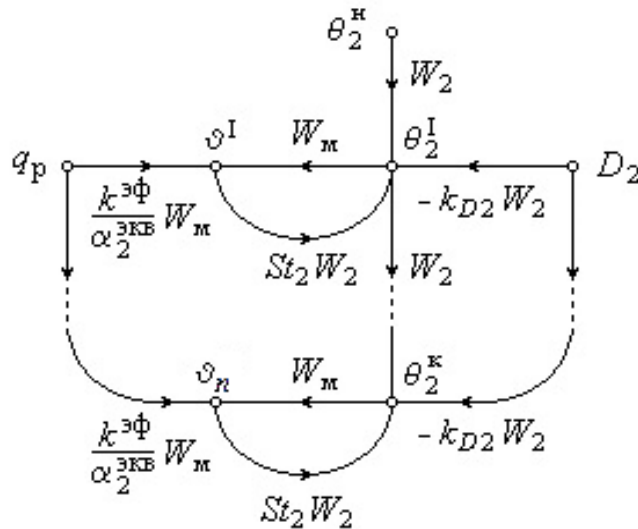


Рис. 1. Сигнальный граф модели радиационного теплообменника

Граф содержит n одинаковых контуров $K_2(p) = St_2 W_2(p) W_m(p)$, отражающих взаимное влияние друг на друга температур потока в трубах и стенок труб. К температуре потока на выходе θ_2^k ведет один прямой путь от начальной температуры θ_2^H теплоносителя и по n прямым путям от его расхода D_2 и радиационного потока q_p .

Согласно универсальной топологической формуле Мейсена, передаточная функция системы по произвольному каналу « $x \rightarrow y$ » равна

$$W_{xy}(p) = \frac{\sum_{k=1}^n P_k(p) \Delta_k(p)}{\Delta(p)}.$$

Здесь $\Delta(p)$ — определитель сигнального графа, равный

$$\Delta(p) = 1 - \sum K_i + \sum K_i K_j - \sum K_i K_j K_m + \dots,$$

$\sum K_i$ — сумма передаточных функций всех контуров сигнального графа,

$\sum K_i K_j$ — сумма произведений передаточных функций всех пар не касающихся друг друга контуров,

$\sum K_i K_j K_m$ — сумма произведений передаточных функций всех троек не касающихся контуров,

$P_k(p)$ — передаточная функция k -го прямого пути от входа x к выходу y ,

$\Delta_k(p)$ — определитель подграфа, вычисляется по формуле определителя графа после удаления из сигнального графа всех контуров, касающихся k -го прямого пути.

Выполняя расчеты передаточных функций каналов для двухточечной и трехточечной моделей радиационной поверхности по графу рис.1, несложно увидеть закономерность их образования и делать обобщение на произвольный порядок:

$$W_{\theta_2^{\text{II}}\theta_2^{\text{K}}}(\rho) = \frac{(W_2(\rho))^n}{(1 - K_2(\rho))^n}, \quad W_{D_2\theta_2^{\text{K}}}(\rho) = -k_{D2} \frac{\sum_{i=1}^n (W_2(\rho))^i (1 - K_2(\rho))^{n-i}}{(1 - K_2(\rho))^n},$$

$$W_{q_p\theta_2^{\text{K}}}(\rho) = \frac{k_{\text{эф}}}{\alpha_2^{\text{ЭКВ}}} W_{\text{M}}(\rho) \frac{\sum_{i=1}^n (W_2(\rho))^i (1 - K_2(\rho))^{n-i}}{(1 - K_2(\rho))^n}.$$

1.2 Конвективные поверхности

Так же просто находятся передаточные функции конвективной поверхности с наружным теплоносителем на линии насыщения [2], так как каждый участок разбиения содержит один контур.

Однако сложность выражений передаточных функций конвективной поверхности с однофазными теплоносителями быстро возрастает с ростом порядка модели.

В качестве примера рассмотрим модель противоточной поверхности третьего порядка. Система уравнений модели для I, II и III участков имеет вид:

$$\begin{cases} \theta_1^{\text{БВХ}} = W_1\theta_1^{\text{I}} + St_1W_1\vartheta^{\text{I}} + k_{D1}W_1D_1 \\ \vartheta^{\text{I}} = k_1W_{\text{M}}\theta_1^{\text{БВХ}} + k_2W_{\text{M}}\theta_2^{\text{I}} \\ \theta_2^{\text{I}} = W_2\theta_2^{\text{II}} + St_2W_2\vartheta^{\text{I}} - k_{D2}W_2D_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_1^{\text{I}} = W_1\theta_1^{\text{II}} + St_1W_1\vartheta^{\text{II}} + k_{D1}W_1D_1 \\ \vartheta^{\text{II}} = k_1W_{\text{M}}\theta_1^{\text{I}} + k_2W_{\text{M}}\theta_2^{\text{II}} \\ \theta_2^{\text{II}} = W_2\theta_2^{\text{III}} + St_2W_2\vartheta^{\text{II}} - k_{D2}W_2D_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_1^{\text{II}} = W_1\theta_1^{\text{БВХ}} + St_1W_1\vartheta^{\text{III}} + k_{D1}W_1D_1 \\ \vartheta^{\text{III}} = k_1W_{\text{M}}\theta_1^{\text{II}} + k_2W_{\text{M}}\theta_2^{\text{K}} \\ \theta_2^{\text{K}} = W_2\theta_2^{\text{II}} + St_2W_2\vartheta^{\text{III}} - k_{D2}W_2D_2. \end{cases}$$

Сигнальный граф этой системы изображен на рис. 2.

Наружный теплоноситель, обозначенный индексом 1, является греющим, а внутренний (с индексом 2) — нагреваемым, о чем свидетельствуют соответствующие знаки у расходов D_1 и D_2 .

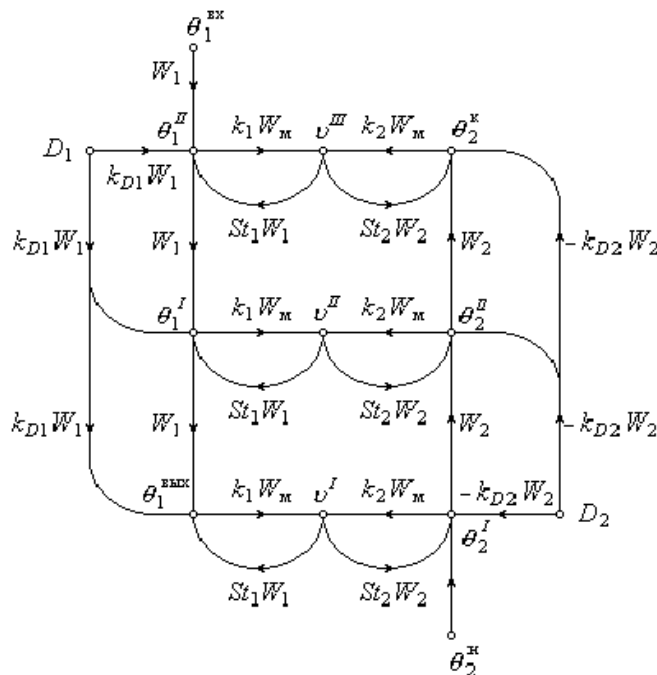


Рис. 2. Сигнальный граф трехточечной модели противоточного теплообменника

Из графа видно, что от входной температуры внутреннего теплоносителя к его температуре на выходе ведет один прямой путь, а от расхода этого теплоносителя к конечной температуре – три прямых пути, замкнутых контуров – девять. С учетом этого передаточная функция, например, для канала $D_2 - \theta_2^k$ модели противоточного теплообменника третьего порядка равна

$$W_{D_2 \theta_2^k} = \frac{(W_2^2(1-K_1)^2 + W_2(1-K_1)(1-K_1-K_2) + 1-K_1-K_2 - W_1W_2K_1K_2)}{(1-K_1-K_2)^3 + W_1W_2K_1K_2(2K_1+2K_2-3)} \times (-k_{D_2}W_2(1-K_1)).$$

Использование многоточечных моделей более высокого порядка приводит к неоправданному увеличению сложности, причем не только конечного вида передаточных функций, но и процедуры получения результата (подсчета количества пар, троек и т.п. не касающихся друг друга контуров). Обобщения на произвольный порядок n сделать не удалось.

2 Метод непрерывно-дискретного преобразования Лапласа

Рассмотрим метод на примере конвективной противоточной поверхности котла с однофазными теплоносителями. Предварительно преобразованные по Лапласу относительно времени уравнения энергии наружного теплоносителя, стенок труб и внутреннего теплоносителя с дискретным аргументом номера участка ($i = \overline{1, n}$), отсчет которого совпадает с направлением движения внутреннего теплоносителя, запишем для произвольного участка разбиения

$$\begin{cases} \theta_1(p, i) = W_1(p)\theta_1(p, i+1) + St_1W_1(p)\vartheta(p, i) + k_{D_1}W_1(p)D_1(p, i), \\ \vartheta(p, i) = k_1W_m(p)\theta_1(p, i) + k_2W_m(p)\theta_2(p, i), \\ \theta_2(p, i) = W_2(p)\theta_2(p, i-1) + St_2W_2(p)\vartheta(p, i) - k_{D_2}W_2(p)D_2(p, i) \end{cases}$$

с граничными условиями $\theta_1(p, 1) = \theta_1^H = \theta_1^{БВХ}$; $\theta_1(p, n+1) = \theta_1^k = \theta_1^{ВХ}$ — для наружного потока; $\theta_2(p, 0) = \theta_2^H$; $\theta_2(p, n) = \theta_2^k$ — для температуры внутреннего потока.

В целях сокращения выкладок исключим из системы температуру стенки ϑ .

Проведем z -преобразование этой системы [3] и запишем уравнения в стандартном виде

$$\begin{cases} (zW_{\theta_1\theta_1} - 1)\theta_1(p, z) + W_{\theta_2\theta_1}\theta_2(p, z) = zW_{\theta_1\theta_1}\theta_1^{БВХ}(p) - W_{D_1\theta_1}D_1(p, z) - W_{D_2\theta_1}D_2(p, z); \\ -zW_{\theta_1\theta_2}\theta_1(p, z) + (z - W_{\theta_2\theta_2})\theta_2(p, z) = z\theta_2^H(p) - zW_{\theta_1\theta_2}\theta_1^{БВХ}(p) + W_{D_1\theta_2}D_1(p, z) + W_{D_2\theta_2}D_2(p, z). \end{cases}$$

Здесь $W_{\theta_1\theta_1}(p) = \frac{W_1(1-K_2)}{(1-K_1-K_2)}$; $W_{\theta_2\theta_1}(p) = \frac{k_2St_1W_1W_2W_m}{(1-K_1-K_2)}$; $W_{D_1\theta_1}(p) = k_{D_1}\frac{W_1(1-K_2)}{(1-K_1-K_2)}$;

$$W_{D_2\theta_1}(p) = -k_{D_2}\frac{k_2St_1W_1W_2W_m}{(1-K_1-K_2)}$$
; $W_{\theta_1\theta_2}(p) = \frac{k_1St_2W_1W_2W_m}{(1-K_1-K_2)}$; $W_{\theta_2\theta_2}(p) = \frac{W_2(1-K_1)}{(1-K_1-K_2)}$;

$$W_{D_1\theta_2}(p) = k_{D_1}\frac{k_1St_2W_1W_2W_m}{(1-K_1-K_2)}$$
; $W_{D_2\theta_2}(p) = -k_{D_2}\frac{W_2(1-K_1)}{(1-K_1-K_2)}$;

$$K_1(p) = k_1St_1W_1(p)W_m(p)$$
; $K_2(p) = k_2St_2W_2(p)W_m(p)$; $k_1 = \alpha_1 / (\alpha_1 + \alpha_2)$; $k_2 = 1 - k_1$.

По главному определителю системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} (zW_{\theta_1\theta_1} - 1) & W_{\theta_2\theta_1} \\ -zW_{\theta_1\theta_2} & (z - W_{\theta_2\theta_2}) \end{vmatrix} = W_{\theta_1\theta_1}(z - r_1)(z - r_2)$$

находим корни характеристического уравнения

$$r_{1,2} = \frac{F(p) \pm \sqrt{F^2(p) - 4W_{\theta_1\theta_1}W_{\theta_2\theta_2}}}{2W_{\theta_1\theta_1}}, \text{ где } F(p) = 1 + W_{\theta_1\theta_1}W_{\theta_2\theta_2} - W_{\theta_2\theta_1}W_{\theta_1\theta_2}.$$

Выполним обратное z -преобразование с учетом распределенности по длине воздействий от расходов теплоносителей $D(p, z) = D(p)/(z-1)$.

Решение системы методом Крамера позволило найти все передаточные функции модели произвольного порядка. Для примера приведем две из них:

$$W_{\theta_2^{\text{H}}\theta_2^{\text{K}}}(p, n) = W_{\theta_2^{\text{H}}\theta_1^{\text{ВЫХ}}}(p, n) \frac{W_{\theta_1\theta_2}(r_1^n - r_2^n)}{W_{\theta_1\theta_1}(r_1 - r_2)} + \frac{W_{\theta_1\theta_1}(r_1^{n+1} - r_2^{n+1}) - (r_1^n - r_2^n)}{W_{\theta_1\theta_1}(r_1 - r_2)};$$

$$W_{D_2\theta_2^{\text{K}}}(p) = W_{D_2\theta_1^{\text{ВЫХ}}}(p, n) \frac{W_{\theta_1\theta_2}(r_1^n - r_2^n)}{W_{\theta_1\theta_1}(r_1 - r_2)} + \frac{(W_{\theta_1\theta_1}W_{D_2\theta_2} - W_{\theta_1\theta_2}W_{D_2\theta_1})E_1(p) - W_{D_2\theta_2}E_2(p)}{W_{\theta_1\theta_1}};$$

В формулах использованы следующие обозначения:

$$E_1(p) = \left[\frac{A_1(r_1^n - r_2^n) + B(r_1^{n-1} - r_2^{n-1})}{r_1 - r_2} + C \right], \quad E_2(p) = \left[\frac{A_2(r_1^n - r_2^n) + B(r_1^{n-1} - r_2^{n-1})}{r_1 - r_2} + C \right],$$

$$A_1 = \frac{r_1 r_2 - r_1 - r_2}{(1 - r_1)(1 - r_2)}, \quad A_2 = A_1 - 1, \quad B = \frac{r_1 r_2}{(1 - r_1)(1 - r_2)}, \quad C = \frac{1}{(1 - r_1)(1 - r_2)},$$

3 Расчет и анализ частотных характеристик противоточного экономайзера котла

Проведем расчеты частотных характеристик всех каналов противоточного теплообменника в целях определения влияния порядка модели на ее качество и ответа на вопрос о допустимости использования точечной модели наружного теплоносителя. В качестве объекта исследования примем экономайзер барабанного котла БКЗ-320.

Строго говоря, реальный экономайзер котла представляет собой теплообменник с поперечным, а не продольным, омыванием, когда греющий газ движется перпендикулярно трубам змеевиковой поверхности нагрева. На сегодняшний день аналитического решения для динамики таких теплообменников не получено в силу математической сложности задачи, так как зависимые переменные оказываются функциями трех (или четырех) аргументов. Есть публикации по распределению параметров потоков в статике [4,5], полученному численными (а не аналитическими) методами. Что же касается моделей динамических процессов, то как отечественные, так и зарубежные исследователи применяют модели с параллельным течением для всех типов теплообменных трубчатых поверхностей [6-8].

Покажем, что разработанная дискретно-непрерывная модель противоточного теплообменника применима и для теплообменника с поперечным движением теплоносителей. Для этого эквивалентный змеевик с полными расходами теплоносителей и общей для всех параллельных змеевиков площадью поверхности теплообмена мысленно разобьем на n геометрически одинаковых участков, каждый из которых содержит один прямой горизонтальный участок трубы. Применим для каждого участка описание в виде точечной модели. Это означает, что змеевик экономайзера будет представлен вертикальной цепочкой материальных (тепловых) точек. Снизу вверх по цепочке движется вода, а сверху вниз — греющий газ, т.е. по схеме противоточного параллельного движения.

Обратим особое внимание на то, что шаг дискретности модели по вертикали не может быть произвольным, выбираемым разработчиком, он равен числу рядов в змеевике.

Для проведения расчетов приняты следующие значения параметров передаточных функций:

$\tau_1 = 0.67$ с, $\tau_2 = 45.07$ с, $St_1 = 0.26$, $St_2 = 7.95$ — постоянные времени и числа Стентона потоков;

$k_{D1} = 0.228$ °C/(кг/с), $k_{D2} = 0.21$ °C/(кг/с) — коэффициенты при расходах;

$T_M = 4.56$ с — постоянная времени металла труб;

$k_1 = 0.02$, $k_2 = 0.98$ — коэффициенты пропорциональности;

$\alpha_1 = 0.07$ кВт/(°C·м²), $\alpha_2^{\text{КВ}} = \alpha_2 H_2 / H = 3$ кВт/(°C·м²) — коэффициенты теплоотдачи.

По полученным передаточным функциям выполнены расчеты комплексных частотных характеристик (КЧХ) для температуры внутреннего теплоносителя на выходе экономайзера. Годографы КЧХ каналов с отмеченными на них контрольными точками $\omega = 0.05$ рад/с приведены на рис. 3 — 6.

Аббревиатура РП-СП-РП на годографах соответствует структуре «модель внешнего потока с распределенными параметрами (РП) - модель стенки с сосредоточенными параметрами (СП) -

модель с распределенными параметрами внутреннего потока (РП)». Годографы СП-СП-РП отличаются тем, что внешний поток представлен в расчете СП моделью.

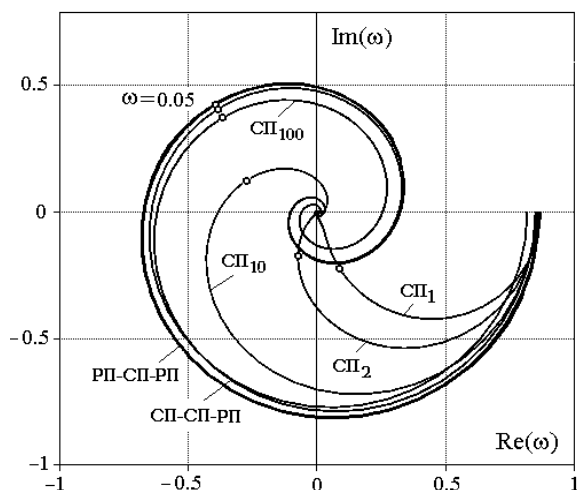


Рис. 3. КЧХ канала $\theta_2^H \rightarrow \theta_2^K$

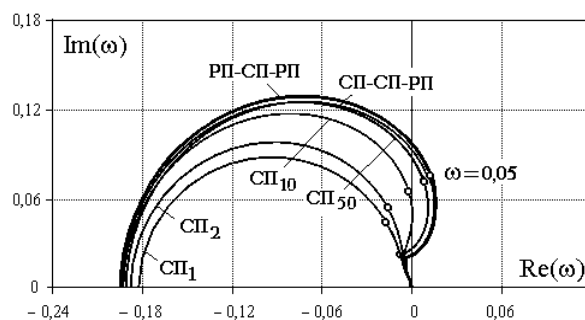


Рис. 4. КЧХ канала $D_2 \rightarrow \theta_2^K$

Как видно из графиков рис.3 и 4, СП-СП-РП модель дает близкий к РП-СП-РП модели результат. Следовательно, эти каналы противоточной конвективной поверхности допускают использование простейшей — точечной — модели наружного потока.

Скорее всего, этот позитивный результат связан с тем, что коэффициент теплоотдачи от газа к металлу труб на один — два порядка меньше коэффициента теплоотдачи от металла к внутреннему теплоносителю (воде или пару). При иных соотношениях коэффициентов теплоотдачи возможность упрощения модели должна быть предварительно проверена.

Если для описания процессов изменения температуры теплоносителя внутри труб применяется многоточечная модель, то ее порядок должен быть достаточно большим. Рекомендуемый в некоторых публикациях 5—8 порядок многоточечной модели признать достаточным для инженерных расчетов каналов нельзя, он должен быть повышен, по крайней мере, до 20-го. Объяснить это можно тем, что экономайзер котла, расположенный в зоне более низких температур, чем, например, пароперегреватель, имеет более развитые поверхности нагрева и увеличенное значение числа Стентона. Именно число Стентона оказывает основное влияние на допустимость перехода от уравнений в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

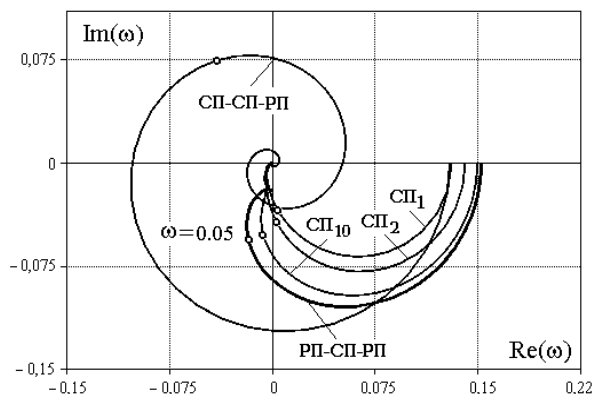


Рис. 5. КЧХ канала $\theta_1^H \rightarrow \theta_2^K$

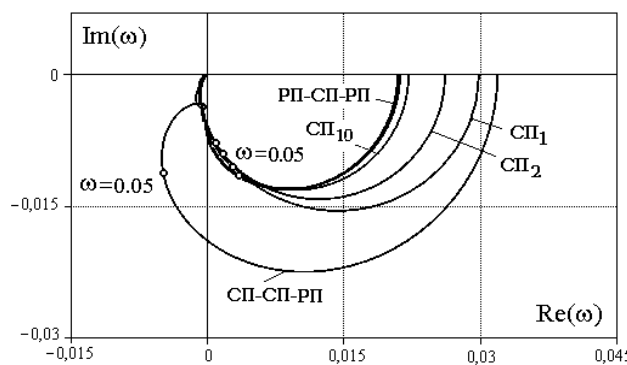


Рис. 6. КЧХ канала $D_1 \rightarrow \theta_2^K$

Оба канала изменения температуры внутреннего потока при возмущениях со стороны наружного потока (рис. 5 и рис. 6) не допускают упрощения модели наружного теплоносителя при использовании описания с распределенными параметрами внутреннего теплоносителя и требуют порядок многоточечной модели не ниже десятого. В противном случае такая модель может существенно исказить представление о динамических свойствах теплообменника.

Аналогичные расчеты частотных характеристик выполнены и для выходной температуры греющих газов. Их годографы показаны на рис. 7 — 10.

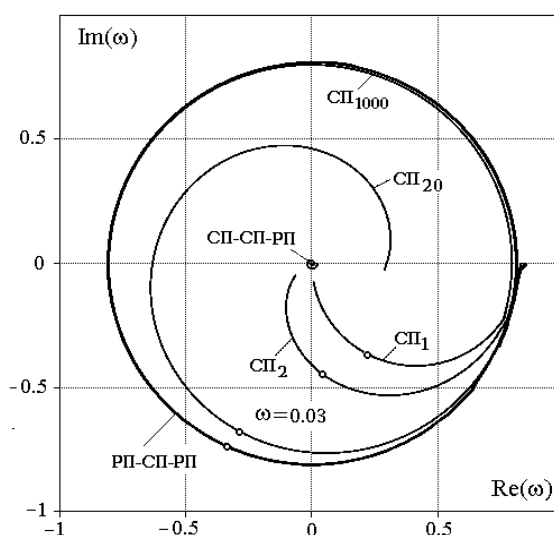


Рис. 7. КЧХ канала $\theta_1^{\text{ВХ}} \rightarrow \theta_1^{\text{ВЫХ}}$

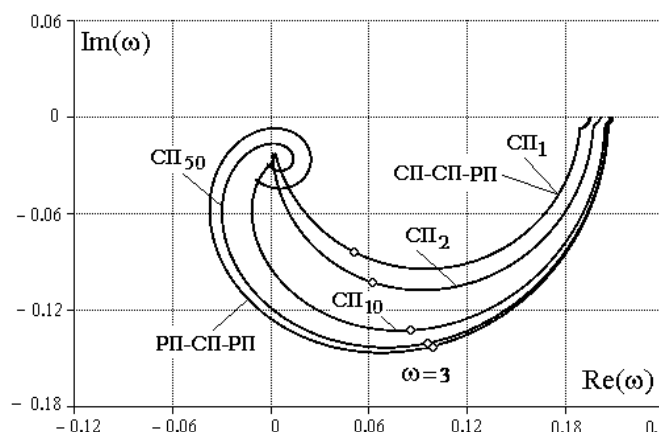


Рис. 8. КЧХ канала $D_1 \rightarrow \theta_1^{\text{ВЫХ}}$

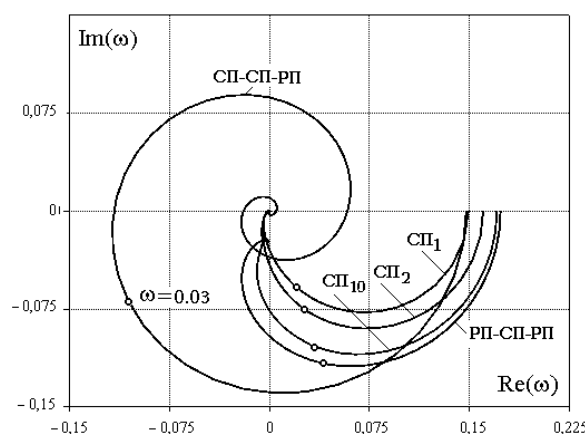


Рис. 9. КЧХ канала $\theta_2^{\text{Н}} \rightarrow \theta_1^{\text{ВЫХ}}$

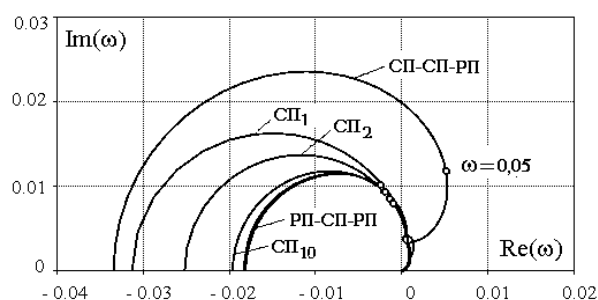


Рис. 10. КЧХ канала $D_2 \rightarrow \theta_1^{\text{ВЫХ}}$

Результаты расчетов частотных характеристик выходной температуры наружного теплоносителя еще убедительнее доказывают необходимость применения для него модели с распределенными параметрами или многоточечных моделей не ниже 20-го порядка.

Таким образом, разработанные методом непрерывно-дискретного преобразования Лапласа модели позволили получить аналитическое решение произвольного порядка и выяснить возможность упрощения модели наружного теплоносителя до СП модели, которое обычно использовалось в практике моделирования.

Заключение

При разработке аналитических моделей конвективных противоточных теплообменников, предназначенных для синтеза систем автоматического регулирования, встретились большие трудности. Модели с распределенными параметрами теплоносителей слишком сложны и мало знакомы инженерам. Принимаемая модель с сосредоточенными параметрами наружного теплоносителя существенно упростила решение, но поставила вопрос о допустимости такого упрощения.

Характеристики моделей многоточечного приближения произвольного порядка, получаемые методом сигнальных графов, удалось найти, только вынужденно приняв допущение о независимом обогреве, что привело к появлению статической погрешности.

Данная работа связана с применением методом сигнальных графов и метода непрерывно-дискретного преобразования Лапласа в целях получения характеристик многоточечных моделей произвольного порядка.

Показано, что метод сигнальных графов целесообразно применять для моделей простых теплообменников: радиационных и конвективных с наружным (или внутренним) теплоносителем на линии насыщения.

В случае конвективных теплообменников с однофазными потоками следует применять метод непрерывно-дискретного преобразования Лапласа.

Для этого метода получены передаточные функции по всем каналам и выполнены расчеты комплексных частотных характеристик экономайзера барабанного котла БКЗ-320.

Проведен сравнительный анализ моделей различной сложности.

Показано, что упрощение модели наружного теплоносителя до первого порядка практически не оказывает влияния на характеристики только двух каналов температуры внутреннего теплоносителя, связанных со своими входными воздействиями — расходом и температурой, однако это утверждение потребует проверки в случае близких по величине коэффициентов теплоотдачи теплоносителей. К остальным шести каналам такое упрощение применять недопустимо.

Сравнение характеристик многоточечной модели с характеристиками модели с распределенными параметрами теплоносителей убеждает в достоверности полученных результатов и позволяет дать рекомендации по выбору минимально возможного порядка для каждого канала. Это поможет не только корректно моделировать системы автоматического регулирования, но и грамотно выбирать величину шага дискретности по пространственной координате при компьютерных расчетах систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, отражающих процессы в теплообменных аппаратах.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, проект № 18-08-01090.

Литература

1. *Abdullah N.A., Yul Y.N2., Parsaulian S.2 & Yazid B.3.* Structured Mathematical Modeling of Industrial Boiler. // J. Eng. Technol. Sci. Vol. 46. 2014, No. 1. – P.102-122.
2. *Пащенко Ф.Ф., Пикина Г.А.* Основы моделирования энергетических объектов. – М.: Физматлит, 2011. – 464 с.
3. *Пикина Г.А., Нгуен Т.С., Пащенко Ф.Ф.* Дискретно-непрерывные многоточечные модели проточного теплообменника. // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2019, № 2. – С.51-57.
4. *M. Trojan, M. Granda.* Modeling of the boiler economizer. MATEC Web of Conferences 240, 05034 (2018). P.1-7. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201824005034> ICCHMT 2018.
5. *F. Brumerčik, D. Sojčak, M. Lukáč, A. Nieoczym, S. Wierzbicki.* Modeling of flow and temperature field in an economizer. Applied Computer Science, vol. 12, no. 2, pp. 63–73.
6. *Серов Е.П., Корольков Б.П.* Динамика парогенераторов. – М.: Энергоиздат, 1984.
7. *A.N. Aziz, P. Siregar, Y.Y. Nazaruddin, and Y. Bindar.* Improving the Performance of Temperature Model of Economizer Using Bond Graph and Genetic Algorithm. International Journal of Engineering & Technology IJET-IJENS. 2012. Vol: 12. No: 01. P.57-61.
8. *Zima, W.* Mathematical modelling of transient processes in convective heated surfaces of boilers. Forschung im Ingenieurwesen, Vol. 71, No. 2. 2007, pp. 113– 123. ISSN 0015-7899.