СИНТЕЗ ПОДСИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ ДЛЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Кокунько Ю.Г., Краснов Д.В.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
juliakokunko@gmail.com, dim93kr@mail.ru

Аннотация: в рамках синтеза системы слежения для беспилотного летательного аппарата (БПЛА) при действии внешних неконтролируемых возмущений и неполных измерениях вектора состояния разработана структура подсистемы наблюдения, которая включает два наблюдателя состояния. Первый наблюдатель дает оценки скоростей по измерениям координат центра масс БПЛА. Второй наблюдатель по измерениям ошибок слежения дает оценки смешанных переменных (функций от переменных состояния, внешних воздействий и их производных), по которым формируется обратная связь.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, слежение, блочный подход, наблюдатель состояний и возмущений, кусочно-линейные функции

Введение

Разработка беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) с автоматическим управлением является одним из наиболее перспективных направлений современной военной и гражданской авиации. В работах, посвященных синтезу систем автоматического управления летательными аппаратами, решение различных задач управления основано, как правило, на использовании всего вектора состояния, полагая, что он известен. Системы при действии внешних возмущений или не рассматриваются, или в контур управления вводятся автономные динамические модели, имитирующие действие внешних возмущений [1–3]. Однако установка полного комплекта датчиков и использование генераторов внешних воздействий приводит, во-первых, к увеличению стоимости, усложнению и утяжелению конструкции БПЛА; во-вторых, к расширению динамической модели объекта управления (в частности при синтезе требуется учитывать малые динамики измерительных устройств и допускаемые ими погрешности, фильтровать шумы измерений) и увеличению расчетов в реальном времени; в-третьих, к снижению надежности, так как при выходе из строя датчиков или существенном изменении внешних воздействий, не учтенных в расширенной модели, система управления теряет работоспособность, что может привести к аварийной ситуации.

В данной работе в рамках блочного подхода [6–11] решается задача синтеза обратной связи, обеспечивающей вывод центра масс БПЛА на заданную пространственную траекторию и обеспечение его движения вдоль заданной кривой. Инвариантность выходных (регулируемых) переменных по отношению к внешним неконтролируемым возмущениям в замкнутой системе обеспечивается с помощью комбинированного управления в условиях полных измерений переменных состояния объекта управления, внешних воздействий и их производных. Разработана двухконтурная подсистема наблюдателей состояния пониженного порядка, дающих текущие оценки внутренних и внешних неизмеряемых сигналов без использования их динамических моделей.

1 Описание проблемы

Рассматривается движение центра масс БПЛА в виде пространственного движения материальной точки, которое описывается нелинейной динамической системой шестого порядка с использованием траекторной системы координат [16–18]:

$$\begin{aligned} &\dot L = V\cos\vartheta\cos\psi,\ \dot H = V\sin\vartheta,\ \dot Z = -V\cos\vartheta\sin\psi; \\ &\dot V = (u_1-\sin\vartheta)g+\eta_1(t),\ \dot\vartheta = \frac{(u_2-\cos\vartheta)g}{V}+\eta_2(t),\ \dot\psi = -\frac{gu_3}{V\cos\vartheta}+\eta_3(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{L}$ – продольная дальность, $\boldsymbol{H}$ – высота, $\boldsymbol{Z}$ – боковое смещение, $\boldsymbol{V}$ – путевая скорость, $\boldsymbol{\upsilon}$ – угол наклона траектории, $\boldsymbol{\psi}$ – угол курса; g=9,8 [м/с^2] – ускорение свободного падения; $\boldsymbol{u_1=n_x}$, $\boldsymbol{u_2=n_y\cos\gamma}$, $\boldsymbol{u_3=n_y\sin\gamma}$ – управляющие воздействия, выраженные через продольную $\boldsymbol{n_x}$ и поперечную $\boldsymbol{n_y}$ перегрузки, а также угол крена $\boldsymbol{\gamma}$ вектора перегрузки, $|\gamma|<\boldsymbol{\pi}$; $\boldsymbol{\eta=(\eta_1,\ \eta_2,\ \eta_3)^T}$– вектор внешних неконтролируемых возмущений.

Введем обозначения для декартовых координат (выходных переменных) системы (1): $\boldsymbol{y_{11}=L}$, $\boldsymbol{y_{12}=H}$, $\boldsymbol{y_{13}=Z}$. Данные переменные являются регулируемыми и измеряемыми. Учитывая, что в режиме полета $\boldsymbol{V(t)>0}$, $|\boldsymbol{\upsilon(t)}|<\boldsymbol{\pi/2}$, $|\boldsymbol{\psi(t)}|<\boldsymbol{\pi}$, выполним диффеоморфную замену локальных координат

$$y_{21} = V\cos\vartheta\cos\psi,\ y_{22} = V\sin\vartheta,\ y_{23} = -V\cos\vartheta\sin\psi \tag{2}$$

и представим систему (1) в каноническом виде:

$$\dot y_1 = y_2,\ \dot y_2 = fg + C(V,\vartheta,\psi)\eta(t) + B(\vartheta,\psi)u, \tag{3}$$

где

$$f = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}\ B = g\begin{pmatrix} \cos\vartheta\cos\psi & -\sin\vartheta\cos\psi & \sin\psi \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ -\cos\vartheta\sin\psi & \sin\vartheta\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix},\ \det B \equiv g^3 \neq 0,$$

$$C = \begin{pmatrix} \cos\vartheta\cos\psi & -V\sin\vartheta\cos\psi & -V\cos\vartheta\sin\psi \\ \sin\vartheta & V\cos\vartheta & 0 \\ -\cos\vartheta\sin\psi & V\sin\vartheta\sin\psi & -V\cos\vartheta\cos\psi \end{pmatrix}.$$

Для переменных системы (3) имеют место проектные ограничения:

$$(4)\qquad |y_{1i}(t)| \le Y_{1i},\ |y_{2i}(t)| \le Y_{2i},\ |\dot{y}_{2i}(t)| \le \bar{Y}_{2i},\ |u_i(t)| \le U_i,\ t \ge 0,\ i=\overline{1,3}.$$

Для системы (3) сформируем закон управления в форме комбинированной обратной связи (по вектору состояния и внешним воздействиям), обеспечивающий вывод центра масс БПЛА на заданную пространственную траекторию и его движение вдоль данной кривой, заданной параметрически в системе координат ***$y_1(t)=col(y_{11}, y_{12}, y_{13})$*** в виде ***$y_{1d}(t)=col(y_{11d}, y_{12d}, y_{13d})$***. Другими словами, требуется обеспечить стабилизацию ошибок слежения ***(y_1-y_{1d})***.

Для синтеза системы слежения используем блочный подход [9–14]. Обозначим, ***$e_1=y_1-y_{1d}$***,

$$(5)\qquad e_2 = y_2 - \dot{y}_{1d} + K_1 e_1,\ \ e_3 = C(V,\vartheta,\psi)\eta(t) - \ddot{y}_{1d},\ \ e_j = \mathrm{col}(e_{j1}, e_{j2}, e_{j3}),\ j=\overline{1,3}$$

и представим систему (3) в виде блочной формы вход–выход относительно ошибок слежения:

$$(6)\qquad \begin{aligned} \dot{e}_1 &= -K_1 e_1 + e_2, \\ \dot{e}_2 &= K_1(-K_1 e_1 + e_2) + fg + e_3 + B(\vartheta,\psi)u, \end{aligned}$$

где ***$K_j=diag(k_{ji})$, $k_{ji}>0$, $j=1,2$, $i=\overline{1,3}$***, а смешанные переменные ***e_3*** (5) трактуются как внешние согласованные возмущения (т.е. возмущения, принадлежащие пространству управления, которые могут быть непосредственно скомпенсированы за счет управления простым вычитанием при наличии их значений или оценок [11]).

В терминах системы (6) сформируем базовый (т.е. в условиях измерений всех сигналов) закон комбинированного управления

$$(7)\qquad u = -B^{-1}(\vartheta,\psi)(-K_1^2 e_1 + (K_1+K_2)e_2 + e_3 + fg),$$

$$B^{-1} = \frac{1}{g}\begin{pmatrix} \cos\vartheta\cos\psi & \sin\vartheta & -\cos\vartheta\sin\psi \\ -\sin\vartheta\cos\psi & \cos\vartheta & \sin\vartheta\sin\psi \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{pmatrix},$$

который обеспечивает следующий вид замкнутой (6)–(7) системы $\dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2,\ \dot{e}_2 = -K_2 e_2$ и экспоненциальную устойчивость ошибок слежения: $\lim\limits_{t\to+\infty} e_{1i} = 0,\ i=\overline{1,3}.$ При выборе постоянных элементов матриц ***K_j, $j=1,2$*** регулятора нужно определить допустимые диапазоны $\bar{k}_{ji} \le k_{ji} \le \bar{\bar{k}}_{ji}$, где нижние границы определяются желаемой скоростью сходимости ошибок слежения в заданные окрестности нуля на основе неравенств

$$|e_{2i}(t)| \le |e_{2i}(0)|\exp(-k_{2i}T) \le \Delta_{2i},\ |e_{1i}(t)| \le |e_{1i}(0)|\exp(-k_{1i}T) + \Delta_{2i}/k_{1i} \le \Delta_{1i},\ t \ge T > 0,\ i=\overline{1,3},$$

а верхние – проектными ограничениями (4).

Для реализации комбинированного управления (7) нужны текущие значения всех переменных состояния $y_1(t), y_2(t)$ системы (1), задающих воздействий $y_{1d}(t)$ и их производных до второго порядка включительно $\dot{y}_{1d}(t)$, $\ddot{y}_{1d}(t)$, а также внешних возмущений $\eta(t)$. Ставится задача оценки сигналов, требуемых для синтеза обратной связи, с помощью динамических наблюдателей состояния в предположениях, что прямым измерениям доступны только координаты центра масс $y_1(t)$ (шумы в измерениях отсутствуют), текущие значения $y_{1d}(t)$ известны; и генераторы внешних воздействий, порождающие производные задающих воздействий и имитирующие внешние возмущения, не вводятся; эти сигналы полагаются неизвестными функциями времени, ограниченными известными константами:

$$(8)\qquad |\eta_i(t)| \le N_i,\ |\dot{\eta}_i(t)| \le \bar{N}_i,\ |y_{1id}^{(j)}(t)| \le Y_{ji},\ t \ge 0,\ i=\overline{1,3},\ j=\overline{1,3}.$$

Требуется обеспечить сходимость ошибок оценивания в заданную окрестность нуля за заданное время $0 \le t^* < T$. При назначении времени и точности оценивания надо учитывать, что замыкание обратной связи (7) через наблюдатель приведет во второй подсистеме к искажению матрицы коэффициентов системы $K_2 \approx \tilde{K}_2$ и к появлению вынужденной составляющей, обусловленной малыми, но незатухающими ошибками оценивания $\dot{e}_2 = -\tilde{K}_2 e_2 + \tilde{\eta}(t)$, $\|\tilde{\eta}(t)\| \le \delta,\ t > t^*$. Это несколько снизит точность следящей системы, а именно:

$$|e_{2i}(t)| \le |e_{2i}(t^*)|\exp(-\tilde{k}_{2i}(T-t^*)) + \delta/\tilde{k}_{2i} \le \tilde{\Delta}_{2i},\ \tilde{\Delta}_{2i} > \Delta_{2i},\ t \ge T > 0,\ i=\overline{1,3}.$$

2 Решение задачи наблюдения

Потребностями базового закона управления (7) продиктована структура подсистемы наблюдения. При отсутствии в контуре управления генератора задающих воздействий целесообразно включить в подсистему наблюдения два наблюдателя: 1) для оценивания скоростей y_2; 2) для оценивания смешанных переменных (5). В данном параграфе представлены оригинальные методы синтеза наблюдателей состояния и возмущений пониженного порядка с целью сокращения расчетов в реальном времени. В отличие от стандартных наблюдателей пониженного порядка (Luenberger observer [19–20]), где отбрасывается подсистема, описывающая динамику измеряемых переменных, предлагается, наоборот, отбросить подсистему, описывающую динамику неизмеряемых переменных, а требуемые оценки получить с помощью корректирующих воздействий наблюдателя, которые являются функциями ошибок наблюдения измеряемых переменных.

2.1 Наблюдатель скоростей пониженного порядка

Первая задача состоит в получении оценок косинусов (синусов) углов наклона траектории $\boldsymbol{\upsilon}$ и курса $\boldsymbol{\psi}$, требуемых для формирования в законе управления (7) матрицы $\boldsymbol{B}^{-1}(\boldsymbol{\upsilon}, \boldsymbol{\psi})$. С этой целью первый наблюдатель предлагается построить на основе укороченной системы (3), а именно, $\dot{y}_1 = y_2$ где $y_2(t)$ трактуются как внешние ограниченные возмущения с ограниченными производными (4). Тогда наблюдатель «возмущений» (по сути, дифференциатор) будет иметь третий порядок:

$$(9) \quad \dot{z}_0 = v_0(\varepsilon_0),$$

где $z_0 \epsilon R^3$ – вектор состояния наблюдателя, $v_0 \epsilon R^3$ – вектор корректирующих воздействий, $\varepsilon_0 = y_1 - z_0 \epsilon R^3$ – вектор ошибок наблюдения; $\dot{\varepsilon}_0 = y_2 - v_0 \in R^3$ – вектор производных ошибок наблюдения. Задача наблюдения сводится к задаче стабилизации с заданной точностью ошибок наблюдения и их производных:

$$(10) \quad |\varepsilon_{0i}(t)| \le \alpha,\ t > t_{01} \ge 0,\ |\dot{\varepsilon}_{0i}(t)| = |y_{2i}(t) - v_{0i}(t)| \le \alpha,\ t > t_0 > t_{01}, t_0 < t^*, i = \overline{1,3}$$

Тогда при $t > t_0$ корректирующие воздействия служат оценками «внешнего возмущения» $v_{0i}(t) = y_{2i}(t) \pm \alpha$ и используются для вычисления элементов матрицы $\boldsymbol{B}^{-1}(\boldsymbol{\upsilon}, \boldsymbol{\psi})$ в силу (2):

$$(11) \quad \tilde{V} = \sqrt{v_{01}^2 + v_{02}^2 + v_{03}^2},\quad \sin\tilde{\vartheta} = \frac{v_{02}}{\tilde{V}},\quad \cos\tilde{\vartheta} = \sqrt{1 - \frac{v_{02}^2}{\tilde{V}^2}},\quad \cos\tilde{\psi} = \frac{v_{01}}{\tilde{V}\cos\tilde{\vartheta}},$$

$$\sin\tilde{\psi} = -\frac{v_{03}}{\tilde{V}\cos\tilde{\vartheta}}$$

при ограничении $v_{01}^2(t) + v_{03}^2(t) \ne 0$.

Для обеспечения (10) нужно использовать корректирующие воздействия специального вида, обеспечивающие инвариантность по отношению к внешним согласованным возмущениям. Методологическую основу составляют наблюдатели возмущений с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующие в скользящем режиме (sliding mode observer [7, 9–11, 18]). Однако этот подход может оказаться неэффективным при реализации на бортовом компьютере в реальном времени, так как требует очень мелкого шага интегрирования и ввода низкочастотных фильтров для выделения полезного сигнала. Для сокращения расчетов, рассмотрим непрерывный аналог разрывных корректирующих воздействий в виде ограниченных, кусочно-линейных функций:

$$(12) \quad v_{0i} = M_{0i}\mathrm{sat}(l_{0i}\varepsilon_{0i}), M_{0i}, l_{0i} = \mathrm{const} > 0,\ i = \overline{1,3},\ M_{0i}\mathrm{sat}(l_{0i}\varepsilon_{0i}) = \begin{bmatrix} M_{0i}\mathrm{sign}\varepsilon_{0i},\ |\varepsilon_{0i}| > 1/l_{0i}; \\ M_{0i}l_{0i}\varepsilon_{0i},\ |\varepsilon_{0i}| \le 1/l_{0i}. \end{bmatrix}$$

Корректирующие воздействия (12) всюду ограничены и имеют два настраиваемых параметра. Амплитуды $M_{0i} > 0$ выбираются исходя из достаточных условий $\varepsilon_{0i}\dot{\varepsilon}_{0i} < 0$ так, чтобы при $|\varepsilon_{0i}(0)| > 1/l_{0i}$ обеспечить за конечное время попадание в линейную зону, а при $|\varepsilon_{0i}(0)| < 1/l_{0i}$ – не выйти из нее:

$$\varepsilon_{0i}(y_{2i} - M_{0i}\mathrm{sign}\varepsilon_{0i}) \le |\varepsilon_{0i}|(Y_{2i} - M_{0i}) < 0,\ M_{0i} > |\varepsilon_{0i}(0)|/t_{01} + Y_{2i} \Rightarrow |\varepsilon_{0i}(t)| \le 1/l_{0i}, t > t_{01}, i = \overline{1,3}.$$

При $t > t_{01}$ замкнутая виртуальная система представима в виде: $\dot{\varepsilon}_{0i} = y_{2i} - M_{0i}l_{0i}\varepsilon_{0i}$, $\ddot{\varepsilon}_0 = \dot{y}_2 - M_{0i}l_{0i}\dot{\varepsilon}_{0i}, i = \overline{1,3}$. Неравенства для выбора второго параметра, который играет роль большого коэффициента в малой окрестности нуля и при котором обеспечивается заданная точность оценивания (10), определяются аналогично (13) и имеют вид:

$$(13)\quad l_{0i} > \frac{1}{M_{0i}(\alpha - \overline{\alpha}_i)} \max\{Y_{2i}, \overline{Y}_{2i}\},\ i = \overline{1,3}.$$

2.2 Наблюдатель смешанных переменных пониженного порядка

Наша цель состоит в создании системы автоматического управления БПЛА, поддерживающей различные рабочие режимы в условиях существенно меняющихся внешних условий без перенастройки параметров и структуры регулятора. С этой целью генераторы внешних воздействий в систему управления не вводятся, проблема оценивания внешних воздействий по отдельности не рассматривается. Ставится задача оценивания смешанных переменных $e_2(t)$, $e_3(t)$ (5) – функций от переменных состояния и внешних воздействий, непосредственно фигурирующих в законе комбинированного управления (7), по измерениям ошибок слежения $e_1(t)$. Основой для построения второго наблюдателя служит система (6), где переменные $e_3(t)$ являются внешними ограниченными возмущениями с ограниченными производными, диапазоны их изменения определяются в силу (8):

$$|e_{3i}(t)| \le E_{30i}, |\dot{e}_{3i}(t)| \le E_{31i}, t \ge 0, i = \overline{1,3}.$$

Рассмотрим процедуру синтеза наблюдателя смешанных переменных, в которой реализуется принцип разделения движений с помощью ограниченных, кусочно-линейных корректирующих воздействий. Наблюдатель строится с учетом измеряемых сигналов e_1 как реплика системы (6) и имеет такой же, шестой порядок:

$$(14)\quad \begin{aligned} \dot{z}_1 &= -K_1 e_1 + z_2 + v_1, \\ \dot{z}_2 &= -K_2^2 e_1 + K_1 z_2 + fg + \widetilde{B}u + v_2, \end{aligned}$$

где $z_{1,2} \epsilon R^3$ – вектор состояния, $v_{1,2} \epsilon R^3$ – вектор корректирующих воздействий наблюдателя. Относительно ошибок наблюдения $\varepsilon_j = e_j - z_j \epsilon R^3, j=1,2$ получим систему

$$(15)\quad \dot{\varepsilon}_{1i} = \varepsilon_{2i} - v_{1i},\ \dot{\varepsilon}_{2i} = k_{1i}\varepsilon_{2i} + \overline{e}_{3i} - v_{2i},\ \ i = \overline{1,3},$$

где переменные $\overline{e}_3 = e_3 + \Delta Bu$ трактуются как внешние возмущения, ограниченные вместе со своими производными, динамическая модель возмущений в построения не вводится.

Аналогично (12) введем непрерывные, ограниченные корректирующие воздействия

$$(16)\quad v_{1i} = M_{1i}\mathrm{sat}(l_{1i}\varepsilon_{1i}),\ v_{2i} = M_{2i}\mathrm{sat}(l_{2i}v_{1i}) = M_{2i}\mathrm{sat}(l_{2i}(\varepsilon_{2i} - \dot{\varepsilon}_{1i})),$$

Задача синтеза сводится к стабилизации ошибок наблюдения и их производных (15) так, чтобы обеспечить заданную точность оценивания:

$$(17)\quad |\varepsilon_{2i}(t)| = |e_{2i}(t) - z_{2i}(t)| < \beta \Rightarrow z_{2i}(t) = e_{2i}(t) \pm \beta,\ t_1 > t_0,$$

$$|e_{3i}(t) - v_{2i}(t)| \le \gamma \Rightarrow v_{2i}(t) = e_{3i}(t) \pm \gamma,\ t_2 > t_1,\ i = \overline{1,3},\ t_0 < t_1 < t_2 \le t^* < T.$$

Из постановки задачи и априорных предположений (4), (8) следует, что переменные системы (15)–(16) и их производные будут ограничены при $t > 0$. Введем соответствующие обозначения $|\varepsilon_{2i}^{(j)}(t)| \le P_{ji}, i = \overline{1,3}, j = \overline{0,2}$, которые детализируем ниже.

Установим в первом блоке системы (15)–(16) нулевые начальные условия $z_{1i}(0) = e_{1i}(0) \Rightarrow \varepsilon_{1i}(0) = 0$ Тогда переменные сразу ε_{1j} находятся в линейной зоне $|\varepsilon_{1i}(t)| \le 1/l_{1i}$ и не выйдут из нее при $t \ge 0$ при выполнении условий:

$$(18)\quad \varepsilon_{1i}(\varepsilon_{2i} - M_{1i}\mathrm{sign}\varepsilon_{1i}) \le |\varepsilon_{1i}|(P_{0i} - M_{1i}) < 0 \Rightarrow M_{1i} > P_{0i}$$

Для выбора больших коэффициентов $l_{1i} > 0$ применим второй метод Ляпунова для покомпонентного анализа виртуальной системы [23]:

$$\dot{\varepsilon}_{1i} = \varepsilon_{2i} - M_{1i}l_{1i}\varepsilon_{1i}, \ddot{\varepsilon}_{1i} = \dot{\varepsilon}_{2i} - M_{1i}l_{1i}\dot{\varepsilon}_{1i}, \dddot{\varepsilon}_{1i} = \ddot{\varepsilon}_{2i} - M_{1i}l_{1i}\ddot{\varepsilon}_{1i},\ i = \overline{1,3}.$$

Тогда аналогично (13) имеем:

$$(19)\quad l_{1i} > \frac{\max\{P_{0i}, P_{1i}, P_{2i}\}}{M_{1i}(\mu - \overline{\mu})} \Rightarrow \left[\begin{aligned} &|\varepsilon_{1i}(t)| \le \mu, t \ge 0; \\ &|\dot{\varepsilon}_{1i}(t)| \le \mu, t > t_{11} > t_0; \\ &|\ddot{\varepsilon}_{1i}(t)| \le \mu, t > t_1 > t_{11}, i = \overline{1,3}, \end{aligned}\right.$$

где $0<\bar{\mu}<\mu<\beta$, $\bar{\mu}$ служит оценкой для области сходимости устойчивых собственных движений производных $\dot{\varepsilon}_{1i},\ddot{\varepsilon}_{1i}$ за заданное время.

Если $\mathrm{sign}v_{1i}(t)=\mathrm{sign}\varepsilon_{1i}(t)$ $,t\geq 0$, то совпадение знаков $\mathrm{sign}v_{2i}(t)=\mathrm{sign}\varepsilon_{2i}(t)$ может не иметь места при $0\leq t\leq t_{11}$ и гарантируется только при $t>t_{11}$ вне окрестности $|\varepsilon_{2i}|\leq|\dot{\varepsilon}_{1i}|\leq\mu$. По этой причине на интервале $[0;t_{11}]$ собственные движения второй подсистемы (15) в общем случае неустойчивы. Для сдерживания их роста целесообразно на данном интервале оставить второй блок-системы (15) разомкнутым, а именно

$$v_{2i}(t)\equiv 0\Rightarrow\ \dot{\varepsilon}_{2i}=k_{1i}\varepsilon_{2i}+\bar{e}_{3i}\,,t\in[0;t_{11}],\ i=\overline{1,3}$$

и только при $\forall t>t_{11}$ подключить корректирующие воздействия v_{2i} (16), обеспечивающие монотонную сходимость переменных $\varepsilon_{2i}(t)$ в заданную окрестность нуля (17).

Установим во второй подсистеме (15) начальные условия в виде $z_{2i}(0)=0\Rightarrow|\varepsilon_{2i}(0)|\leq E_{2i}$. Тогда для областей изменения переменных $\varepsilon_{2i}(t)$ и их производных справедливы следующие оценки:

$$(20)\quad |\varepsilon_{2i}(t)|\leq\max\{E_{2i},|\varepsilon_{2i}(t_{11})|\}=P_{0i},\ |\varepsilon_{2i}(t_{11})|\leq\frac{\bar{E}_{3i}+(E_{2i}k_{1i}+\bar{E}_{3i})\exp(k_{11}t_{11})}{k_{1i}},$$

$$|\dot{\varepsilon}_{2i}(t)|=k_{1i}P_{0i}+\bar{E}_{3i}+M_{2i}=P_{1i},\ |\ddot{\varepsilon}_{2i}(t)|\leq k_{1i}P_{1i}+\tilde{E}_{3i}+M_{2i}=P_{2i}\ \forall t\geq 0,\ i=\overline{1,3}.$$

На интервале $[t_{11};t_1]$ второй блок-системы (15)–(16) представим в виде:

$$\dot{\varepsilon}_{2i}=k_{1i}\varepsilon_{2i}+\bar{e}_{3i}-M_{2i}\mathrm{sign}(\varepsilon_{2i}-\dot{\varepsilon}_{1i}),i=\overline{1,3}.$$

Неравенства для выбора амплитуд корректирующих воздействий M_{2i}, обеспечивающих попадание в линейную зону $|v_{1i}(t)|=|\varepsilon_{2i}-\dot{\varepsilon}_{1i}|\leq 1/l_{2i}$ и, следовательно, $|\varepsilon_{2i}(t)|\leq 1/l_{2i}+\mu$, за время t_1-t_{11}, находятся из достаточных условий:

$$(21)\quad \varepsilon_{2i}\dot{\varepsilon}_{2i}<0\Rightarrow\ M_{2i}>\frac{|\varepsilon_{2i}(t_{11})|}{t_1-t_{11}}+P_{0i}k_{1i}+\bar{E}_{3i},i=\overline{1,3}.$$

При $t>t_1$ второе уравнение системы (15)–(16) и соответствующие уравнения для производных представимы в виде:

$$(22)\quad \dot{\varepsilon}_{2i}=k_{1i}\varepsilon_{2i}+\bar{e}_{3i}-M_{2i}l_{2i}(\varepsilon_{2i}-\dot{\varepsilon}_{1i}),\ddot{\varepsilon}_{2i}=k_{1i}\dot{\varepsilon}_{2i}+\dot{\bar{e}}_{3i}-M_{2i}l_{2i}(\dot{\varepsilon}_{2i}-\ddot{\varepsilon}_{1i}),\ i=\overline{1,3}.$$

Аналогично (13) составим неравенства выбора для больших коэффициентов l_{2i}, обеспечивающих (17). Для слагаемых производной квадратичной формы $V_2=V_{21}+V_{22}=\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{2}\varepsilon_{2i}^2+\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_{2i}^2$ справедливы следующие оценки:

$$\dot{V}_{21}=\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_{2i}(k_{1i}\varepsilon_{2i}+\bar{e}_{3i}-M_{2i}l_{2i}(\varepsilon_{2i}-\dot{\varepsilon}_{1i}))\leq\sum_{i=1}^{3}|\varepsilon_{2i}|(\bar{E}_{3i}+M_{2i}l_{2i}\mu-(M_{2i}l_{2i}-k_{1i})|\varepsilon_{2i}|)<0,$$

$$(23)\quad l_{2i}>\frac{\bar{E}_{3i}}{M_{2i}(\beta-\bar{\beta}-\mu)}+\frac{k_{1i}}{M_{2i}}\Rightarrow|\varepsilon_{2i}(t)|\leq\beta\ ,t>t_{21}>t_1,i=\overline{1,3};$$

$$e_{3i}-v_{2i}=\dot{\varepsilon}_{2i}-k_{1i}\varepsilon_{2i}-\varphi_i(t)\Rightarrow|e_{3i}-v_{2i}|\leq|\dot{\varepsilon}_{2i}|+k_{1i}\beta+F_i(\alpha)\leq\gamma\Rightarrow|\dot{\varepsilon}_{2i}|\leq\gamma-k_{1i}\beta-F_i(\alpha)=\chi,$$

$$\dot{V}_{22}=\dot{\varepsilon}_{2i}\ddot{\varepsilon}_{2i}<0,l_{2i}>\frac{\tilde{E}_{3i}}{M_{2i}(\chi-\bar{\chi}-\mu)}+\frac{k_{1i}}{M_{2i}}\Rightarrow|\dot{\varepsilon}_{2i}(t)|\leq\chi\Rightarrow|e_{3i}(t)-v_{2i}(t)|\leq\gamma,t>t_2>t_{21},i=\overline{1,3}.$$

Неравенства (23) выполняются при выборе больших коэффициентов в виде:

$$(24)\quad l_{2i}>\frac{1}{M_{2i}}\max\left\{\frac{\bar{E}_{3i}}{\beta-\bar{\beta}-\mu};\frac{\tilde{E}_{3i}}{\chi-\bar{\chi}-\mu}\right\}+\frac{k_{1i}}{M_{2i}},\ i=\overline{1,3},$$

где $0<\bar{\beta}+\mu<\beta$, $0<\bar{\chi}+\mu<\chi$; $\bar{\beta}$ и $\bar{\chi}$ служат оценкой области сходимости устойчивых собственных движений переменных $\varepsilon_{2i}(t)$ и $\dot{\varepsilon}_{2i}(t)$ системы (28) за заданное время.

Базовый закон управления (7) в замкнутой системе (1) с наблюдателями (9), (14), (16) реализуется в виде

$$u = -B^{-1}(\tilde{\vartheta},\tilde{\psi})(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)z_2 + v_2 + fg), \tag{25}$$

и, в отличие от (19), не требует искусственного ограничения оценочных сигналов.

2.3 Сравнительный анализ методов синтеза наблюдателей состояний и возмущений

По сравнению со стандартным наблюдателем пониженного порядка (Luenberger observer [19–20]), где отбрасывается динамика измеряемых переменных, в данных наблюдателях, наоборот, отбрасывается динамика неизмеряемых возмущений.

По сравнению со стандартным наблюдателем на скользящих режимах (sliding mode observer [7, 9–11, 18]) наблюдатель (9), (14) имеет следующие преимущества: динамический порядок меньше в два раза, оценочные сигналы гладкие, требуется меньшее время счета.

К основному же недостатку наблюдателя с большим коэффициентом следует отнести большие всплески вначале переходных процессов, что потребует дополнительных мер для ограничения оценочных сигналов. Учитывая, что настройка наблюдателей выполняется в режиме off-line, в системах с линейным (неограниченным) стабилизирующим управлением целесообразно использовать наблюдатели со всюду ограниченными корректирующими воздействиями.

Заключение

Основной результат данной работы – процедуры синтеза наблюдателей состояния и возмущений пониженного порядка нового типа, не требующие расширения пространства состояний за счет динамической модели внешних возмущений. Построение данных наблюдателей на основе преобразованных систем существенно упрощает структуру регулятора, так как оцениванию подлежат смешанные переменные, по которым формируется обратная связь. Реализация разработанных алгоритмов, не требующих перенастройки при изменении внешних воздействий, повысит функциональность системы управления БПЛА и ее надежность при отказе измерительных устройств.

Разработан наблюдатель с ограниченными кусочно-линейными корректирующими воздействиями. По результатам моделирования можно сделать вывод о том, что, несмотря на более сложную настройку, в системах с линейными обратными связями с заведомо неограниченным управлением целесообразно использовать именно данный наблюдатель.

Численное моделирование разработанных алгоритмов проводилось в среде MATLAB-Simulink с методом интегрирования Эйлера с переменным шагом. Исходя из полученных в ходе моделирования данных, можно сделать вывод о том, что наблюдатели с ограниченными, кусочно-линейными корректирующими воздействиями эффективны в разработанной следящей системе с базовым законом управления (7).

Литература

1. *Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л.* Современные направления синтеза систем автоматического управления ЛА // Известия РАН. ТиСУ. – 2004. – № 2. – С. 126–136.
2. *Колесников А.А., Кобзев В.А.* Динамика полета и управление: синергетический подход. – Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2009. – 198 с.
3. *Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O.* Algorithm of multiharmonic disturbance compensation in linear systems with arbitrary delay: internal model approach // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. – 2016. – Vol. 16. – No 6. – P. 1023–1030.
4. *Do K.D., Liang Z.P. and Pan J.* On Global Tracking Control of a VTOL Aircraft without Velocity Measurements // IEEE Trans. on Automatic Control. – 2003. – Vol. 48. – No. 12. –P. 2212–2217.
5. *Wang, X., Liu, J. and Cai, K.-Y.* Tracking control for VTOL aircraft with disable IMUs. Int. Journal of Systems Science. – 2010. – Vol. 41. – No. 10. –P. 1231–1239.
6. *Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б.* Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотическим наблюдателем (обзор) // Автоматика и телемеханика. – 2005. № 7. – С. 3–42.
7. *Краснова С.А., Уткин В.А.* Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. – М.: Наука, 2006. – 272 с.

8. *Коровин С.К., Фомичев В.В.* Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. – М. ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 224 с.
9. *Дик В.В., Краснова С.А., Ткачев С.Б.* Аналитическое резервирование систем летательного аппарата // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. – М.: Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2013. – № 6. – С. 211–226.
10. *Краснова С.А., Мысик Н.С.* Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 10. – С. 104–116.
11. *Краснова С.А., Уткин А.В.* Анализ и синтез минимально-фазовых нелинейных SISO-систем при действии внешних несогласованных возмущений // Проблемы управления. – 2014. – №6. – С. 22–30
12. *Краснова С.А., Уткин А.В.* Сигма-функция в задачах синтеза наблюдателей состояний и возмущений // Проблемы управления. – 2015. – №5. – С. 27– 36.
13. *Краснов Д.В., Уткин А.В.* Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности // Управление большими системами. – 2017. – Выпуск 69. – С. 29–49.
14. *Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В.* Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 12. – С.26–53.
15. *Уткин В.А.* Инвариантность и автономность в системах с разделяемыми движениями // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 11. – С. 73–94.
16. *Канатников А.Н., Крищенко А.П.* Терминальное управление пространственным движением летательных аппаратов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – № 5. – С. 51–64.
17. *Канатников А.Н., Лю В., Ткачев С.Б.* Путевые координаты в задаче следования вдоль пространственного пути // Математическое моделирование. – 2017. – Т. 29. – № 10. –- С. 5–19.
18. *Alizadeh G., Chasemi K.* Control of quadrotor using sliding mode diasturbance observer and nonlinear H_∞ // International Journal of Robotics (Theory and Applications). – 2015. – Vol. 4. – No. 1. – P. 38–46.
19. *Luenberger D.B.* Observers of multivariable systems // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1966. – Vol. 11. – No. 2. – P. 190–197.
20. *Afri C., Andrieu V., Bako L. and Dufour P.* State and parameter estimation: A nonlinear Luenberger observer approach // IEEE Trans. on Automatic Control. –2017. – Vol. 62. No. 2. – P. 973–980.
21. *Khalil H.K., Praly L.* High-gain observers in nonlinear feedback control // Int. J. Robust and Nonlinear Control. – 2014. – Vol. 24. – No. 6. – P. 993–1015.
22. *Rodríguez-Mata A.E., Flores G., Martínez-Vásquez A. H., Mora-Felix Z. D., Castro-Linares R., and Amabilis-Sosa L.E.* Discontinuous High-Gain Observer in a Robust Control UAV Quadrotor: Real-Time Application for Watershed Monitoring // Mathematical Problems in Engineering. – 2018. – Article ID 4940360. – P. 1–10. https://doi.org/10.1155/2018/4940360
23. *Бабин В.А., Дик В.В., Краснова С.А.* Допредельные реализации разрывных корректирующих воздействий наблюдателя, функционирующего в скользящем режиме // XII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2014). Москва, 16-19 июня 2014. Труды. – М.: ИПУ РАН, 2014. С. 374–390.