

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ЛИКВИДАЦИЕЙ ПОСЛЕДСТВИЙ НАВОДНЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ЗАТОПЛЕНИЯ Г. АТКАРСКА

**Хамутова М. В.,**

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского*  
mariuka7d@rambler.ru

**Кушников В. А.,**

*Институт проблем точной механики и управления РАН*  
iptmuran@san.ru

**Резчиков А. Ф.**

*Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН*

*Аннотация: Сформулирована постановка задачи управления процессом ликвидации последствий наводнения, решение которой позволит повысить качество и эффективность управления процессом ликвидации последствий наводнения в Аткарске. Для решения поставленной задачи разработана модель системной динамики, описывающая нелинейные процессы объекта управления и позволяющая определить значения характеристик последствий наводнения, влияющих на величину ущерба. Разработанное математическое обеспечение может быть использовано в информационных системах управления МЧС объектового, местного и территориального уровня.*

Ключевые слова: управление процессом ликвидации последствий наводнения, математическая модель, системная динамика.

## Введение

Саратовская область подвержена наводнениям, связанным с весенним паводком. В период весеннего половодья, разливаясь, р. Аткара затопливает на продолжительное время значительную территорию г. Аткарска Саратовской области и в отдельные годы этот процесс принимает форму стихийного бедствия.

Для повышения эффективности управления ликвидацией последствий наводнения в г. Аткарске необходимо разработать математическое обеспечение, позволяющее минимизировать последствия наводнения.

## 1 Управление процессом ликвидации последствий наводнения

### 1.1 Постановка задачи

Для информационно-управляющих систем РСЧС объектового, местного и территориального уровня разработать формальные модели и алгоритмы, позволяющие на временном интервале  $t \in [t_0; t_N]$  определить управляющие воздействия  $\mathbf{p}^a(t) \in P$ , минимизирующие целевую функцию:

$$(1) \quad Z(t, \mathbf{a}(t), \mathbf{p}^a(t)) = \int_{t_0}^{t_N} \sum_{i=1}^n (X_i^* - X_i(t, \mathbf{a}(t), \mathbf{p}^a(t)))^2 \mu_i dt,$$

при ограничениях

$$(2) \quad \frac{dX_i(t, \mathbf{a}(t), \mathbf{p}^a(t))}{dt} = f(t, \mathbf{a}(t), X_1(t, \mathbf{p}^a(t)), \dots, X_n(t, \mathbf{p}^a(t))), \quad i = \overline{1, n}, \quad X_i(t, \mathbf{a}(t), \mathbf{p}^a(t)) > 0, \\ i = \overline{1, n}, \quad t > 0,$$

и при граничных условиях

$$(3) \quad F_i^{t_0}(\mathbf{X}, \mathbf{X}', \mathbf{p}^a) = 0, \quad F_j^{t_N}(\mathbf{X}, \mathbf{X}', \mathbf{p}^a) = 0, \quad i = \overline{1, k_1}, \quad j = \overline{1, k_2},$$

где  $X_i^*$ ,  $i = \overline{1, n}$  - рекомендованные экспертами значения характеристик последствий наводнения,  $X_i(t, \mathbf{a}(t), \mathbf{p}^a(t))$ ,  $i = \overline{1, n}$  - значения характеристик последствий, выбираемые согласно нормативным документам [1].  $\mu_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  - весовые коэффициенты характеристик, отражающий значимость, определенной характеристики в сравнении с другими. Управляющих воздействий  $\mathbf{p}^a(t) \in P$  формируются в виде планов (комплексов) мероприятий, направленных на смягчение

возможных последствий. Опыт показывает, что органы управления РСЧС используют сравнительно небольшое количество планов мероприятий, формируемых экспертами  $P = \{p^1(t), \dots, p^k(t)\}$ , полный перебор множества планов позволит найти управляющее воздействие  $p^*(t)$ , минимизирующее целевую функцию (1).

## 1.2 Математическая модель объекта управления

Для наводнения в Аткарске были выбраны следующие характеристики последствий наводнений:  $X_1(t)$  - численность группировки сил, участвующих в ликвидации последствий наводнений;  $X_2(t)$  - количество промышленных и производственных объектов в зоне наводнения;  $X_3(t)$  - количество транспортных средств, участвующих в ликвидации последствий наводнений на объектах и территориях;  $X_4(t)$  - численность населения в зоне затопления;  $X_5(t)$  - ущерб основным производственным фондам в зоне затопления;  $X_6(t)$  - ущерб оборотным производственным фондам в зоне затопления;  $X_7(t)$  - количество погибших сельскохозяйственных животных;  $X_8(t)$  - количество мостов, разрушенных и поврежденных в результате наводнения;  $X_9(t)$  - количество жилых домов, разрушенных и поврежденных в результате наводнения.

Задача (1) относится к задачам вариационного исчисления на условный экстремум. Для решения указанной задачи был использован аппарат системной динамики:

$$(4) \quad \frac{dX_i(t, \mathbf{a}(t), \mathbf{p}^a(t))}{dt} = f_i^+(F_1, F_2, \dots, F_m) - f_i^-(F_1, F_2, \dots, F_m), \quad i = \overline{1, n}$$

где  $f_i^+, f_i^-, i = \overline{1, n}$  – темпы, непрерывные или кусочно-непрерывные функции, определяющие положительную и отрицательную скорость изменения значения системной переменной  $X_i, i = \overline{1, n}$ .  $F_j, j = \overline{1, m}$  – факторы, влияющие на скорость изменения переменной  $X_i$ , которые при этом являются системными переменными или параметрами внешней среды [2].

Анализируя продолжительность наводнений в 1994, 1998 и 2004 гг., в Аткарске, возьмем интервал моделирования [1; 12]. В качестве значения уровня воды возьмем показание за апрель 2018 года, которое составило 5,4 м. На рис. 1 представлена возможная территория затопления города.

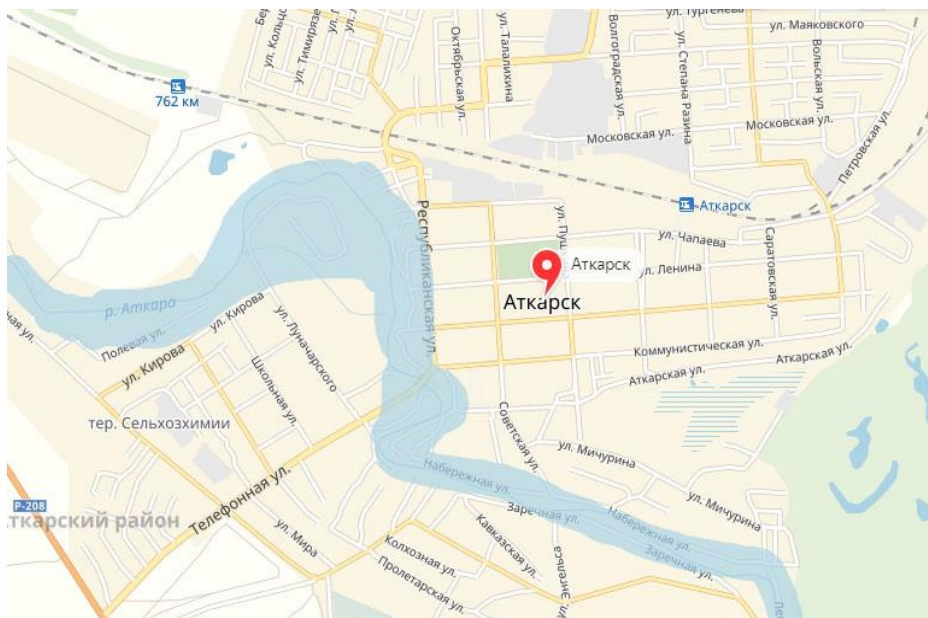


Рис. 1. Карта затопления г. Аткарска

Статистические данные по характеристикам для наводнения в Аткарске являются фрагментарными, поэтому для расчета характеристик последствий наводнений будем использовать модель, разработанную на основе экспертного опыта о характере зависимостей между системными переменными, процесс построения которой представлен в [3-8]. Таким образом, система дифференциальных уравнений, описывающая нелинейные процессы ликвидации последствий наводнений, примет вид:

$$(5) \left\{ \begin{array}{l} \frac{dX_1(t)}{dt} = k_1^a \sqrt{S(t)X_4(t)} \\ \frac{dX_2(t)}{dt} = k_2^a \sqrt{S(t)X_4(t)} \\ \frac{dX_3(t)}{dt} = k_3^a X_1(t) \\ \frac{dX_4(t)}{dt} = k_4^a D(t)S(t) \\ \frac{dX_5(t)}{dt} = k_5^a \frac{CD(t)\varphi_1^a(F(t), G(t))X_2(t)}{S(t)RK_{неон}} \\ \frac{dX_6(t)}{dt} = k_6^a X_5(t) \\ \frac{dX_7(t)}{dt} = k_7^a \frac{\varphi_2^a(F(t), G(t), T(t))S(t)X_4(t)}{X_1(t)X_3(t)} \\ \frac{dX_8(t)}{dt} = k_8^a \varphi_3^a(F(t), G(t), t) \sqrt{S(t)X_4(t)} - k_9^a X_1(t)X_3(t) \\ \frac{dX_9(t)}{dt} = k_{10}^a (\varphi_4^a(F(t), G(t), t) \sqrt[3]{S(t)X_8(t)} - k_{11}^a X_1(t)X_3(t)). \end{array} \right.$$

Система (5) имеет место при росте площади затопления, если площадь затопления постоянна или уменьшается, то актуальна следующая система дифференциальных уравнений:

$$(6) \left\{ \begin{array}{l} \frac{dX_1(t)}{dt} = 0 \\ \frac{dX_2(t)}{dt} = 0 \\ \frac{dX_3(t)}{dt} = k_3^a X_1(t) \\ \frac{dX_4(t)}{dt} = 0 \\ \frac{dX_5(t)}{dt} = 0 \\ \frac{dX_6(t)}{dt} = k_6^a X_5(t) \\ \frac{dX_7(t)}{dt} = 0 \\ \frac{dX_8(t)}{dt} = -k_9^a X_1(t)X_3(t) \\ \frac{dX_9(t)}{dt} = -k_{11}^a X_1(t)X_3(t). \end{array} \right.$$

Где  $D(t)$  - плотность населения,  $F(t)$ ,  $G(t)$ ,  $T(t)$  - средняя скорость течения, глубина и температура воды, соответственно,  $S(t)$  - площадь зоны затопления,  $C$  - стоимость основных производственных фондов субъекта РФ,  $K_{неон}$  - коэффициент, определяющий степень готовности предприятий к наводнению,  $R$  - группировка сил, участвующих в мероприятиях по предупреждению наводнений, смягчению и ликвидации их последствий для предприятий.  $\varphi_1^a$ ,  $\varphi_2^a$ ,  $\varphi_3^a$  и  $\varphi_4^a$  - функции, которые определяются согласно таблицам из [9]. Поправочные коэффициенты  $k_i^a$ ,  $i = \overline{1, 11}$  определяются посредством вычислительного эксперимента.

Системы уравнений (5) и (6) при начальных условиях  $t_0 = 1$ ,  $X_i(t_0) = X_{i0}$ ,  $i = \overline{1, 9}$  представляют собой задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Решение систем (5) и (6) получено методом Рунге-Кутты 4-го порядка при  $X^N(t_0) = \{0,2 \ 0,166 \ 0,2 \ 0,033 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0\}$  - начальных значениях моделируемых переменных, нормированных относительно их максимальных значений. На рис. 2 представлены результаты вычисления моделируемых переменных, рассчитанные согласно системам (5) и (6) и нормированные относительно максимальных значений.

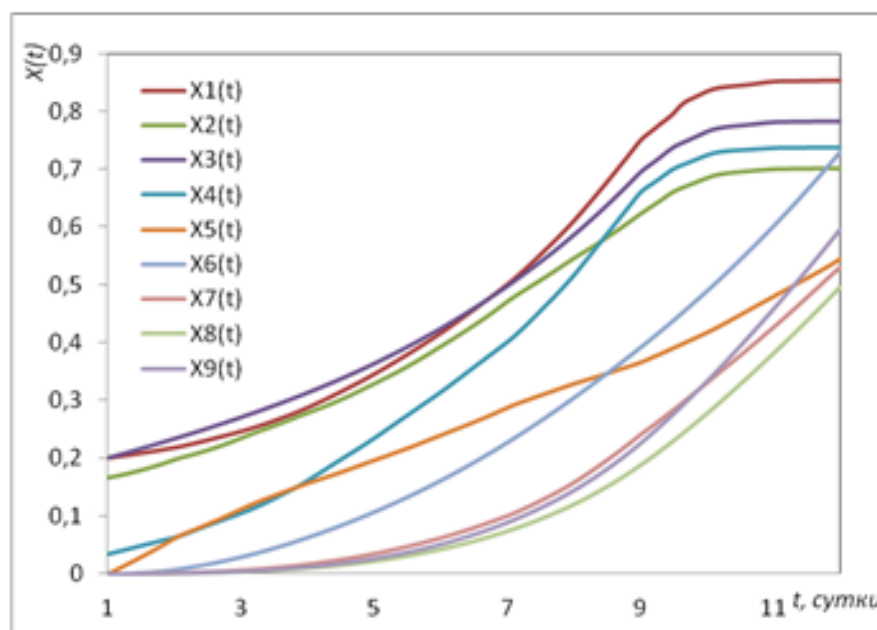


Рис. 2. Результаты решения систем уравнений (5) и (6)

Полученные по разработанной модели результаты аппроксимируются полиномами:

$$X_1(t) = -0,001t^3 + 0,021t^2 - 0,058t + 0,238;$$

$$X_2(t) = -0,0001t^4 + 0,00165t^3 - 0,0047t^2 + 0,033t + 0,137;$$

$$X_3(t) = -0,0001t^4 + 0,00245t^3 - 0,0117t^2 + 0,055t + 0,154;$$

$$X_4(t) = -0,0001t^4 + 0,0011t^3 + 0,00136t^2 + 0,022t + 0,01;$$

$$X_5(t) = -0,00007t^4 + 0,002t^3 - 0,0177t^2 + 0,102t - 0,0865;$$

$$X_6(t) = 0,00001t^4 - 0,0004t^3 + 0,003t^2 - 0,0006t + 0,0024;$$

$$X_7(t) = -0,00004t^4 + 0,0014t^3 - 0,008t^2 + 0,02t - 0,012;$$

$$X_8(t) = 0,0000045t^4 + 0,00034t^3 - 0,0015t^2 + 0,0034t - 0,0022;$$

$$X_9(t) = 0,000003t^4 + 0,00047t^3 - 0,0023t^2 + 0,005t - 0,0034.$$

Подставим полиномы, рекомендованные значения характеристик и весовые коэффициенты в (1), получим значение целевой функции согласно плану  $p_0^a = const$ :

$$\begin{aligned} Z(t, \mathbf{a}(t), p_0^a) &= \int \sum_{i=1}^9 (X_i^* - X_i(t, p(t)))^2 \mu_i dt = \int (3,7 \times 10^{(-9)} t^8 - 1,4 \times 10^{(-7)} t^7 + 0,2 \times 10^{(-5)} t^6 - \\ &- 0,2 \times 10^{(-4)} t^5 + 0,024 + 0,2 \times 10^{(-3)} t^4 - 0,97 \times 10^{(-3)} t^3 + 0,25 \times 10^{(-2)} t^2 - 0,6 \times 10^{(-2)} t) dt = 0,024t + \\ (7) &+ 4 \times 10^{-10} t^9 - 1,7 \times 10^{-8} t^8 + 2,9 \times 10^{-7} t^7 - 0,3 \times 10^{-5} t^6 + 0,4 \times 10^{-4} t^5 - 0,00024t^4 + 0,001t^3 - 0,003t^2 \\ Z(p_0^a) &= \int_1^{12} (3,7 \times 10^{(-9)} t^8 - 1,38 \times 10^{(-7)} t^7 + 0,2 \times 10^{(-5)} t^6 - 0,2 \times 10^{(-4)} t^5 + \\ &+ 0,024 + 0,2 \times 10^{(-3)} t^4 - 0,97 \times 10^{(-3)} t^3 + 0,25 \times 10^{(-2)} t^2 - 0,6 \times 10^{(-2)} t) dt = 0,778 \end{aligned}$$

### 1.3 Метод решения задачи управления процессом ликвидации последствий наводнений на примере затопления Аткарска

Для наводнения в Аткарске было сформировано множество планов мероприятий, мощность которого равна двум  $P = \{p_1^a(t), p_2^a(t)\}$ , где любой план мероприятий направлен на изменение значений характеристик  $x_{i(t)}$ ,  $p_j^a : \{X_1, X_2, \dots, X_9\} \rightarrow \{X_1 + \alpha_1^{(j)}, X_2 + \alpha_2^{(j)}, \dots, X_9 + \alpha_9^{(j)}\}$ ,  $j=1,2$ . Рассчитаем для каждого плана значение целевой функции  $Z$ , а затем выберем план  $p^*(t)$  для которого  $Z(t, \mathbf{a}(t), p^*(t)) = \min\{Z(t, \mathbf{a}(t), p_j^a)\}$  [10-12].

Для плана мероприятий  $p_1^a(t)$  целевая функция будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 Z(t, \mathbf{a}(t), p_1^a(t)) &= \int (0,003t^2 - 0,001t^3 + 0,25 \times 10^{-3}t^4 - 0,3 \times 10^{-4}t^5 + 0,361 \times 10^{-5}t^6 - \\
 &- 2,5 \times 10^{-7}t^7 + 6,5 \times 10^{-9}t^8 + 0,024 - 0,006t) dt = -0,3 \times 10^{-3}t^4 + 0,001t^3 - \\
 (8) \quad &- 0,003t^2 - 3 \times 10^{-8}t^8 + 5 \times 10^{-7}t^7 - 0,54 \times 10^{-5}t^6 + 0,5 \times 10^{-4}t^5 + 7 \times 10^{-10}t^9 + 0,02t \\
 Z(p_1^a(t)) &= \int_1^{12} (0,003t^2 - 0,001t^3 + 0,25 \times 10^{-3}t^4 - 0,3 \times 10^{-4}t^5 + \\
 &+ 0,361 \times 10^{-5}t^6 - 2,5 \times 10^{-7}t^7 + 6,5 \times 10^{-9}t^8 + 0,024 - 0,006t) dt = 0,667
 \end{aligned}$$

Для плана мероприятий  $p_2^a(t)$ :

$$\begin{aligned}
 Z(t, \mathbf{a}(t), p_1^a(t)) &= \int (0,035t^2 - 0,013t^3 + 3,7 \times 10^{-8}t^8 - 0,000002t^7 + 0,00004t^6 - 0,0004t^5 + \\
 &+ 0,05 + 0,003t^4 - 0,05t) dt = -0,003t^4 + 0,01t^3 - 0,026t^2 - 2,3 \times 10^{-7}t^8 + 0,54 \times 10^{-5}t^7 - \\
 (9) \quad &- 0,7 \times 10^{-4}t^6 + 0,0006t^5 + 4 \times 10^{-9}t^9 + 0,05t \\
 Z(p_2^a(t)) &= \int_1^{12} (0,035t^2 - 0,013t^3 + 3,7 \times 10^{-8}t^8 - 0,000002t^7 + \\
 &+ 0,00004t^6 - 0,0004t^5 + 0,05 + 0,003t^4 - 0,05t) dt = 0,677
 \end{aligned}$$

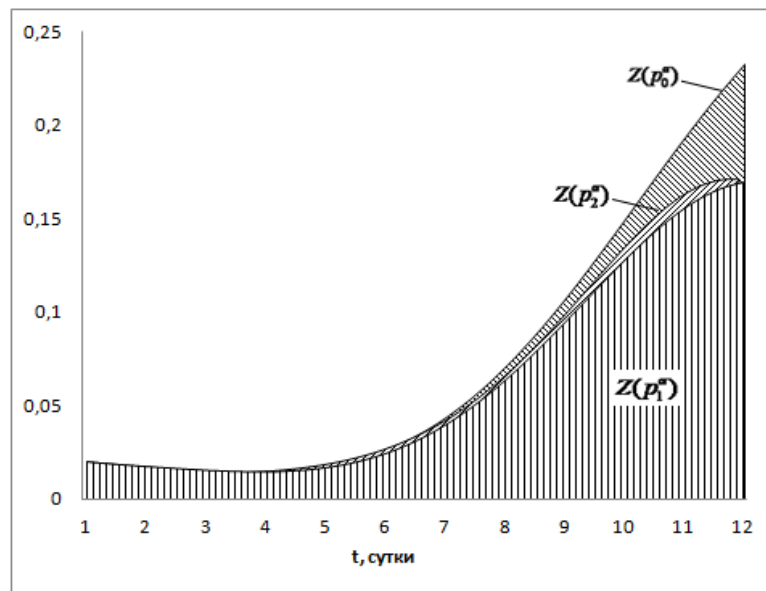


Рис. 3. Сравнение площадей криволинейных трапеций  $Z(p_0^a)$ ,  $Z(p_1^a)$  и  $Z(p_2^a)$

В таблице 1 представлены значения моделируемых характеристик  $X_i(t, p_1^a(t))$ ,  $i = \overline{1,9}$  при  $t = 12$  до и после выполнения плана  $p_1^a$ , а также полученные значения величин  $\alpha_1^{(j)}, \alpha_2^{(j)}, \dots, \alpha_{12}^{(j)}$ .

Таблица 1. План мероприятий  $p_1^a$

| Мероприятия   |       | $X_i(t = 12, p_0^a)$ | $X_i(t = 12, p_1^a(t))$ | $\alpha_i^{(1)}$ |
|---|-------|----------------------|-------------------------|------------------|
| Защита низководных мостов.  | $X_1$ | 0,854                | 0,826                   | -0,028           |
| Подсыпка и укрепление берегозащитных сооружений (ограждение дамб, обваловок и т.п.).    | $X_2$ | 0,701                | 0,653                   | -0,049           |
|   | $X_3$ | 0,783                | 0,771                   | -0,011           |
|   | $X_4$ | 0,738                | 0,668                   | -0,070           |
| Подготовка мер по отводу паводковых вод, дноуглубительные и русловыпрямительные работы. | $X_5$ | 0,544                | 0,519                   | -0,025           |
|   | $X_6$ | 0,728                | 0,706                   | -0,021           |
| Создание запасов средств для ликвидации последствий.                                    | $X_7$ | 0,529                | 0,353                   | -0,176           |
|   | $X_8$ | 0,495                | 0,314                   | -0,181           |
| Дренаживание территорий (по результатам изысканий и проектирования).                    | $X_9$ | 0,594                | 0,377                   | -0,217           |

| Мероприятия   |  | $X_i(t=12, p_0^a)$ | $X_i(t=12, p_1^a(t))$ | $\alpha_i^{(1)}$ |
|---|--|--------------------|-----------------------|------------------|
| Подготовка и реконструкция насыпей, дамб.<br>Подсыпка территорий.<br>Выделение финансовых средств на проведение мероприятий.<br>Вывод, вывоз, перегон сельскохозяйственных животных в безопасные места. |  |                    |                       |                  |

В таблице 2 представлены значения целевой функции согласно плану  $p_0^a$  и при реализации планов  $p_1^a$  и  $p_2^a$ .

Таблица 2. Значение целевой функции  $Z$  при реализации планов мероприятий  $p_0^a$ ,  $p_1^a$  и  $p_2^a$

|               | для плана мероприятий $p_0^a$ | при реализации плана $p_1^a$ | при реализации плана $p_2^a$ |
|---------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| $Z(p_j^a(t))$ | 0,778                         | 0,667                        | 0,677                        |

Из таблицы 2 и рис. 3 следует, что реализация плана мероприятий  $p_1^a$  позволит повысить эффективность управления процессом ликвидации последствий наводнения в Аткарске.

Согласно результатам, полученным из модели, значение характеристики  $X_9(t)$  будет составлять 119 домов. При реализации плана  $p_1^a$  это количество снизится до 75. Значение характеристики  $X_8(t)$  составило 5 мостов, а при реализации плана  $p_1^a$  это количество снизится до 3 мостов. В целом, полученные результаты вполне согласуются с реальными данными наводнения в Аткарске в апреле 2018 года.

## Заключение

Разработано математическое обеспечение для управления процессом ликвидации последствий наводнений, которое может быть использовано в автоматизированных информационно-управляющих системах объектового, местного и территориального уровня РСЧС, позволяющее повысить эффективность и качество процессов управления.

## Литература

1. ГОСТ 22.0.06-97/ГОСТ Р 22.0.06-95. Безопасность в чрезвычайных ситуациях. Источники природных чрезвычайных ситуаций. Поражающие факторы. Номенклатура параметров поражающих воздействий (принят Постановлением Госстандарта РФ от 20.06.1995 N 308)
2. Садовничий В. А., Акаев А. А., Коротаев А. В., Малков С. Ю. Моделирование и прогнозирование мировой динамики. М.: ИСПИ РАН, 2012. 360 с.
3. Резчиков А.Ф., Кушников В.А., Иващенко В.А., Богомолов А.С., Филимонюк Л.Ю., Хамутова М.В. Моделирование последствий наводнений на основе причинно-следственных комплексов и системно-динамического подхода Форрестера // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2017. 13 (4) с. 13-20
4. Хамутова М.В., Кушников В. А. Математическая модель прогнозирования последствий наводнений // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2016. №3. с. 109-114
5. Резчиков А.Ф., Цвиркун А.Д., Хамутова М.В., Кушников В.А., Иващенко В.А. Модели и алгоритмы информационных систем управления процессом ликвидации последствий наводнения на промышленных объектах и территориях // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2018): материалы Одиннадцатой междунар. конфер. – Т. 1 – М.: ИПУ РАН, 2018. – с. 317-320
6. Kushnikov V.A., Rezchikov A.F., Tsvirkun A.D. Control in man-computer systems with computer-aided goal correction // Automation and remote control, 1998, vol. 59, no. 7. Part 2. P. 1040-1046

7. *Khamutova M. V. et al* Forecasting characteristics of flood effects // *Journal of Physics: Conf. Series* 1015 (2018) 052012 doi :10.1088/1742-6596/1015/5/052012
8. *Khamutova M., Rezhikov A., Kushnikov V., Ivaschenko V., Kushnikova E. and Samartsev A.* Mathematical Models and Algorithms for the Management of Liquidation Process of Floods Consequences // *Recent Research in Control Engineering and Decision Making*. 2019. Vol. 199. P. 540 – 541. DOI: 10.1007/978-3-030-12072-6\_44
9. РД 153-34.2-002-01. Временная методика оценки ущерба, возможного вследствие аварии гидротехнического сооружения (приказ Минэнерго России № 130 от 26.04.2001 г.).
10. *Кушников В.А., Яндыбаева Н.В.* Управление образовательным процессом ВУЗа на основе модели Форрестера // *Вестник Саратовского технического университета*. 2011. Т. 2. №1(55). с. 172-176.
11. *Щербаков М.А., Кушников В.А.* Модели и алгоритмы системы управления аварийными ситуациями при производстве стекла // *Вестник Саратовского технического университета*. 2011. Т. 2. №1(55). с. 196-200.
12. *Аветисян Ю.А., Кушников В.А., Резчиков А.Ф., Родичев В.А.* Математические модели и алгоритмы оперативного управления процессами ликвидации чрезвычайных ситуаций // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2009. № 11. с. 43-47.