ВЛИЯНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПЛАТЕЖА НА РЕЖИМ ПОЛУЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ

Мохонько Е.З.
Вычислительный центр им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН
mohon@ccas.ru

Аннотация. Рассматривается неантагонистическая дифференциальная игра двух лиц. Применяются стратегии, позволяющие получать информацию о позициях дискретным и непрерывным способами. Первый игрок может платить дополнительный платеж второму игроку. Найдены равновесные стратегии. Изучается влияние дополнительного платежа на характер оптимального получения информации о ходе игры.

Ключевые слова: дифференциальные неантагонистические игры, получение информации, равновесие, дополнительный платеж.

Введение

Как правило, для системы управления динамическим процессом существует наиболее благоприятный режим поступления информации об объекте управления. При таком режиме она управляет процессом наилучшим образом, и сама не изнашивается раньше времени. Поэтому понятна важность и актуальность изучения оптимальных в том или ином смысле режимов получения информации с помощью динамических игр.

Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. [7], Кононенко А.Ф. [2], Мохонько Е.З. [2,4] и др. исследовали как, получая информацию в отдельные моменты времени, добиться того же результата, что и при непрерывном наблюдении.

В данной работе рассматривается неантагонистическая дифференциальная игра, в которой первый игрок в конце игры может выплачивать дополнительный платеж второму игроку, если второй игрок не отклонялся от договорной траектории. Построена ситуация равновесия в r-стратегиях с возможностью выплаты дополнительного платежа. Он изменяет во многих случаях характер получения информации о равновесной траектории. Например, становится возможным получать информацию о равновесной траектории только конечное, а не счетное число раз.

Данная работа является продолжением исследований из [6]. Динамика рассматриваемой в данной статье игры более сложная. Она зависит не только от управлений игроков, как в [6], но и от позиции, в которую пришла игра

Цель данной работы состоит в том, чтобы определить характер изменения режимов получения информации о равновесной траектории при изменении дополнительного платежа и при сообщениях о том, что дополнительный платеж изменился, получаемых игроками по ходу игры.

1 Описание дифференциальной игры

Рассмотрим дифференциальную неантагонистическую игру двух лиц

$$\dot{x} = f\left(x,t,u,v\right), t_0 \le t \le T,$$

$$x\left(t_0\right) = x^0,$$

$$u \in P, v \in Q,$$

$$I_1(u,v) = g_1\left(x(T)\right),$$

$$I_2(u,v) = g_2\left(x(T)\right) + U\left(x(T)\right).$$

Здесь x - n- мерный вектор состояния, u и v – p – и q - мерные вектор - функции управления, значения которых выбираются игроками 1 и 2 с целью максимизации соответствующих функций выигрыша $I_1(u,v) = g_1(x(T))$, $I_2(u,v) = g_2(x(T)) + U(x(T))$ g_1 и g_2 непрерывны.

Множества P и Q - компактны в соответствующих векторных пространствах. Вектор-функция $f(x, t, u, v)$ непрерывна по всем своим аргументам и удовлетворяют ограничениям из [1]. Выполняется условие существования седловой точки в маленькой игре [3].

$$U\left(x(T)\right) = \begin{cases} U_0 \ge 0, x(T) = x^0 \\ 0, x(T) \ne x^0 \end{cases}.$$

Если $U_0>0$, то $U(x(T))$ представляет собой дополнительный платеж, который игрок 1 выплачивает второму игроку, если в конце игры траектория игры приходит в точку x^0. Если $U_0=0$, то рассматривается игра без дополнительного платежа.

Множеством допустимых стратегий каждого игрока $\bar{U}, \bar{V}$ является множество измеримых по всем своим аргументам позиционных $u(x,t), v(x,t)$ и программных $u(t), v(t)$ управлений, удовлетворяющих включению $u \in P, v \in Q$, а также r — стратегии $\bar{u}, \bar{v}$ [2,4,5]. Будем пользоваться формализмом ломаных Эйлера и движений [3].

Напомним определение r — стратегий [2,4,5].

Определение: r — стратегией $\overline{u}$ игрока 1 называется пара $\overline{u}=(r,u(.))$, ставящая в соответствие каждой точке (x,t)

1)неотрицательное число $r \geq 0$,

если $r>0$, то измеримую функцию $u(\theta)$, $u(.)=\{u(\theta)=u(x,t;\theta)\in P \mid t\leq\theta<t+r(x,t)\}$,

если $r=0$, то управление в точке $(x,t):u(.)=u(x,t)$.

Аналогично определяется r — стратегия $\overline{v}$ игрока 2.

$X[x^0(t),t,\overline{u}^0,\overline{v}^0]$-множество движений, исходящих из точки $x^0(t),t$ и порожденных r-стратегиями $\overline{u}^0,\overline{v}^0$. $X[x^0(t_0),t_0,\overline{u}^0]$- множество движений, исходящих из точки $x^0(t_0),t_0$ и порожденных r-стратегией $\overline{u}^0$.

В [2,4,5] и приложении определено, какие моменты называется моментами получения информации для ломаных Эйлера и движений, порожденных r- стратегиями.

Определение. Пара r- стратегий $\overline{u}^0,\overline{v}^0$ образует ситуацию равновесия в игре (1) - (5), если управления $\overline{u}^0,\overline{v}^0$ порождают единственное решение $x^0(t)$ задачи Коши (1) – (3), которое является и единственным движением, то есть при всех t имеет место соотношение

$$X\left[x^0(t),t,\overline{u}^0,\overline{v}^0\right]=\left\{x^0(\tau),t\leq\tau\leq T\right\};$$

выполняются равенства

$$I_1(\overline{u}^0,\overline{v}^0)=\max_{X[x^0,t_0,\overline{v}^0]} g_1(x(T)),\ I_2(\overline{u}^0,\overline{v}^0)=\max_{X[x^0,t_0,\overline{u}^0]}\left[g_2(x(T))+U(x(T))\right].$$

Рассмотрим случай $U_0=0$, т.е. игру без дополнительного платежа

Выберем некоторые кусочно-постоянные $u^0(t),v^0(t),t\in[t_0,1]$ и соответствующую им траекторию $x^0(t)=(x_1^0(t),x_2^0(t))$.

Обозначим $M_1=\{x,t \mid g_1(x(T))\leq g_1(x^0(T))\}$, $M_2=\{x,t \mid g_2(x(T))\leq g_2(x^0(T))\}$.

G_1 - максимальный v- стабильный мост [3] к множеству M_1, ∂G_1-его граница.

G_2 - максимальный u- стабильный мост [3] к множеству M_2, ∂G_2-его граница.

v^{ext}-экстремальная [3] стратегия к G_1, u^{ext}-экстремальная стратегия к G_2.

Пусть $x^0(t)\in((G_1\setminus\partial G_1)\cap(G_2\setminus\partial G_2)),t\in[t_0,T)$.

$v^0(x,t),u^0(x,t)$ образуют ситуацию равновесия [1,2], где

$$v^0(x,t)=\begin{cases}v^0(t), & (x,t)\in G_1\\ v^{ext}, & (x,t)\notin G_1\end{cases},\quad u^0(x,t)=\begin{cases}u^0(t), & (x,t)\in G_2\\ u^{ext}, & (x,t)\notin G_2\end{cases}.$$

Обозначим

$X[x,t,u^0(\tau)]$-множество движений, исходящих из точки x,t и порожденных программной стратегией $u^0(\tau),\tau\in[t,T]$. $x(\tau;x,t,u^0(\tau))$ - движение, начинающееся в точке x,t.

$$\overline{T}(x,t)=\{\overline{t}\mid\overline{t}\in[t,T],\exists x(\tau;x,t,u^0(\tau))\in X\left[x,t,u^0(\tau)\right],$$
$$\exists t_2:x(\tau;x,t,u^0(\tau))\notin G_2\,\forall\tau\in(\overline{t},t_2),t_2\in(\overline{t},T]\}.$$

$\omega_0(x,t)=\inf\limits_{\overline{t}\in\overline{T}(x,t)}\overline{t}$ при $(x,t)\in G_2$, $\omega_0(x,t)=t$ при $(x,t)\notin G_2$, $\omega_c(x,t)=\omega_0(x,t)-t$.

Пара $\overline{v}^0,\overline{u}^0$ образует ситуацию равновесия в r- стратегиях, где

$$\overline{u}^0=\begin{cases}r(x,t)=\omega_c(x,t),(x,t)\in G_2,r(x,t)=0,(x,t)\notin G_2,\\ \{u^0(\tau)\mid t\leq\tau<t+r\},r(x,t)>0,(x,t)\in G_2\\ u^0(t),(x,t)\in G_2,r=0\\ u^{ext}(x,t),(x,t)\notin G_2\end{cases}$$

, $\overline{v}^0$ строится аналогично.

$\bar{u}^0$, $\bar{v}^0$ порождают равновесную траекторию $x^0(t)$.Моментов получения информации для движения $x^0(t)$ не более, чем счетное число.

2 Дифференциальная игра с дополнительным платежом

Рассмотрим случай $U_0(x^0(T))>0$, $x^0=x^0(T)$, т.е. игру с дополнительным платежом.

Обозначим $M_2^{U_0}=\{x,t\mid g_2(x(T))\le g_2(x^0(T))+U_0\}$.

$G_2(U_0)$ - максимальный u - стабильный мост к множеству $M_2^{U_0}$, $\partial G_2(U_0)$ -его граница.

$$\bar{T}(x,t;U_0)=\{\bar{t}\mid \bar{t}\in[t,T],\exists x(\tau;x,t,u^0(\tau))\in X[x,t,u^0(\tau)],$$
$$\exists t_2: x(\tau;x,t,u^0(\tau))\notin G_2(U_0)\,\forall\tau\in(\bar{t},t_2),t_2\in(\bar{t},T]\}.$$

$\omega_0^{U0}(x,t)=\inf\limits_{\bar{t}\in\bar{T}(x,t;U_0)}\bar{t}$ при $(x,t)\in G_2(U_0)$, если $\bar{T}(x,t;U_0)\ne\varnothing$,

$\omega_0^{U0}(x,t)=T$, если $\bar{T}(x,t;U_0)=\varnothing$. $\omega_0^{U0}(x,t)=t$ при $(x,t)\notin G_2(U_0)$, $\omega_c^{U0}(x,t)=\omega_0^{U0}(x,t)-t$.

$$\bar{u}^0(U_0)=\begin{cases} r(x,t)=\omega_c^{U0}(x,t),(x,t)\in G_2(U_0),r(x,t)=0,(x,t)\notin G_2(U_0),\\ \{u^0(\tau)\mid t\le\tau<t+r\},r(x,t)>0,(x,t)\in G_2(U_0)\\ u^0(t),(x,t)\in G_2(U_0),r=0\\ u^{ext}(x,t),(x,t)\notin G_2(U_0)\end{cases}.$$

Аналогично тому, как это было сделано в [2] доказывается следующая теорема.

Теорема 1. Пара $\bar{v}^0,\bar{u}^0(U_0)$ образует ситуацию равновесия и порождает траекторию $x^0(t)$.

Моментов получения информации для движения $x^0(t)$ конечное число.

Пусть $U_{01}(x^0(T))>U_{02}(x^0(T))>0$.Пара $\bar{v}^0,\bar{u}^0(U_{01})$ образует ситуацию равновесия и порождает траекторию $x^0(t)$, так же как и пара $\bar{v}^0,\bar{u}^0(U_{02})$.

Теорема 2. Количество моментов получения информации первым игроком для движения $x^0(t)$, которое порождено парой $\bar{v}^0,\bar{u}^0(U_{01})$, не превышает количества моментов получения информации для движения $x^0(t)$, порожденного парой $\bar{v}^0,\bar{u}^0(U_{02})$.

Доказательство.

Пусть $u(x,\tau)$ - произвольная допустимая позиционная стратегия.

$$G_2(U_{01})=\left\{x,t\mid \min_{u(x,\tau)}\max_{X[x,t,u(x.\tau)]} g_2(x(T))\le g_2(x^0(T))+U_{01}\right\},$$

$$G_2(U_{02})=\left\{x,t\mid \min_{u(x,\tau)}\max_{X[x,t,u(x.\tau)]} g_2(x(T))\le g_2(x^0(T))+U_{02}\right\}.$$

$$U_{01}>U_{02}.$$

Поэтому $G_2(U_{01})\supset G_2(U_{02})$ и $\omega_0^{U01}(x,t)=\inf\limits_{\bar{t}\in\bar{T}(x,t;U_{01})}\bar{t}\ge\omega_0^{U02}(x,t)=\inf\limits_{\bar{t}\in\bar{T}(x,t;U_{02})}\bar{t}$.

$\omega_0^{U10}(x^0(t_1),t_1)\le\omega_0^{U10}(x^0(t_2),t_2),t_2>t_1$. Это неравенство следует из соотношения $X[x^0(t_1),t_1,u^0(\tau)]\supseteq X[x^0(t_2),t_2,u^0(\tau)]$, вытекающего из следствия 4.9, стр.135 [4].

$\omega_0^{U20}(x^0(t_0),t_0)\le\omega_0^{U10}(x^0(t_0),t_0)$.

Обозначим

$t_1(U_{20})=\omega_0^{U_{20}}(x^0(t_0),t_0)$, $t_1(U_{10})=\omega_0^{U10}(x^0(t_0),t_0)$, $t_n(U_{i0})=\omega_0^{Ui0}(x^0(t_{n-1}(U_{i0})),t_{n-1}),i=1,2;n=1,...,m(i)$.

$\omega_0^{Ui0}(x^0(t_{mi}(U_{i0})),t_{mi})=T$.

Из сделанных выше замечаний следует, что справедливы неравенства

$t_1(U_{20})\le t_1(U_{10})$,

$$t_n(U_{20}) \le \omega_0^{U_{10}}\left(x^0\left(t_{n-1}(U_{20})\right), t_{n-1}(U_{20})\right) \le t_n(U_{10}), n = 1,\dots, m1.$$

Значит $m1 \le m2$.

$\omega_0^{U10}(x,t) \ge \omega_0^{U20}(x,t) \quad \forall (x,t) \in G_2(U_2)$. Это позволяет провести те же рассуждения для ломанных Эйлера, сходящихся к $x^0(t)$. При платеже U_{i0} моменты получения информации у этих ломаных будут сходиться к $t_n(U_{i0})$. То есть $t_n(U_{i0})$ являются моментами получения информации для движения $x^0(t)$ при дополнительных платежах U_{i0}. Значит, у движения $x^0(t)$, порожденного r - стратегиями $\bar{v}^0, \bar{u}^0(U_{01})$, количество моментов получения информации не больше, чем количество моментов получения информации у движения $x^0(t)$, порожденного r - стратегиями $\bar{v}^0, \bar{u}^0(U_{02})$. Доказательство окончено.

3 Игра с дополнительным платежом и возмущением

Рассмотрим игру при условии, что один раз за всю игру может подействовать возмущение, не зависящее от игроков. Заранее не известно, когда подействует возмущение и подействует ли вообще. Оно изменяет величину дополнительного платежа и моделирует события во внешнем мире, на фоне которых происходит игровой конфликт. Например, экономический кризис, в результате которого уменьшается прибыль.

Выигрыш игроков не зависит от момента воздействия возмущения. Но зависит ли вид режима получения информации о позиции игры от момента воздействия возмущения и от информированности игроков об этом моменте?

Рассмотрим игру при условии, что первый игрок узнает о том, уменьшился ли дополнительный платеж, или нет, только в конце игры. Он ничего не знает о способности второго игрока получить информацию о моменте возмущения. Пусть дополнительный платеж до возмущения был $U_{01}\left(x^0(T)\right)$, после возмущения $U_{02}\left(x^0(T)\right)$. Рассмотрим случай $U_{01}\left(x^0(T)\right) > U_{02}\left(x^0(T)\right) > 0$. Пусть $\bar{U}_0 = U_{01}\left(x^0(T)\right)$, если возмущение не подействовало и $\bar{U}_0 = U_{02}\left(x^0(T)\right)$, если возмущение подействовало. Из теоремы 1 следует

Теорема 3: Пара $\bar{v}^0, \bar{u}^0(U_{02})$ при условии выплаты платежа $\bar{U}_0$ образует ситуацию равновесия.

Про пару $\bar{v}^0, \bar{u}^0(U_{01})$ при условии выплаты платежа $\bar{U}_0$ такое сказать нельзя. Допустим, первый игрок выбрал стратегию $\bar{u}^0(U_{01})$, а в ходе игры платеж изменится до величины U_{02} и второй игрок об этом узнал. Тогда из определения u - стабильных мостов следует, что найдется стратегия второго игрока, которая породит движение, приносящее второму игроку выигрыш больше, чем $g_2\left(x^0(T)\right) + U_{02}$. А это значит, что ситуация равновесия нарушится.

Так что в этой игре получать информацию о равновесной траектории $x^0(t)$ первому игроку приходится чаще даже в случае, если на самом деле изменение дополнительного платежа не произошло, а существовала только угроза его изменения.

Заключение

Рассмотренные в данной работе неантагонистические дифференциальные игры могут быть основой для моделирования различных сложных неантагонистических конфликтов, связанных с возможностью выплаты дополнительного платежа (премии). В этих конфликтах возможны непрерывное и дискретное получение различного рода информации. Их динамика зависит не только от реакций участников, но и от текущего состояния, в котором находится конфликт.

В повторяющейся игре из [6] динамика игры зависела только от выборов игроков и не зависела от текущего состояния игры. Там рассматривались следующие вопросы.

Нужно ли вообще получать информацию о том, подействовало ли возмущение или нет? А если нужно, то как – непрерывно или дискретным образом? Как способ получения информации о возмущении влияет на оптимальный режим получения информации о действиях партнера?

Похожие и более сложные вопросы можно задавать и искать на них ответ с помощью рассмотренных в данной работе дифференциальных игр, которые моделируют конфликты с более сложной динамикой.

Приложение

В данном приложении приводится определение ломаных Эйлера $x_\Delta(t) = x_\Delta\left(t; x^*, t_*, \bar{u}, v(\cdot)\right)$ и движения $x(t) = x\left(t; x^*, t_*, \bar{u}\right)$, порожденных r- стратегией $\bar{u}$ из позиции (x^*, t_*). Определено, какие моменты называется моментами получения информации для ломаных Эйлера и движений, порожденных r- стратегиями.

Пусть дана начальная позиция (x^{*},t_{*}) и выбрана r — стратегия $\overline{u}$. Покроем $[t_{*},T]$ системой полуинтервалов $\tau_i \le t < \tau_{i+1}, i \in I = \{0,1,...,n\}, \tau_0 = t_{*}, \tau_n = T$. Пусть $v(t) \in Q, (t \ge t_{*})$ какая-то измеримая по Лебегу реализация управления игрока 2. Тогда ломаной Эйлера $x_\Delta(t) = x_\Delta(t; x^{*}, t_{*}, \overline{u}, v(.))$ называется абсолютно непрерывная функция, удовлетворяющая условию $x_\Delta(t_{*}) = x^{*}$ и являющаяся решением дифференциального уравнения

$$\dot{x}_\Delta(t) = f\left(x_\Delta(t), t, u\left(x_\Delta(\tau_i), (\tau_i)\right), v(t)\right)$$

при $\tau_i \le t < \tau_{i+1}$, если $i \in I_1$ и

$$\dot{x}_\Delta(t) = f\left(x_\Delta(t), t, u\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right), \tau_{j_0}; \tau_i\right), v(t)\right)$$

при $\tau_i \le t < \tau_{i+1}$, если $i \in I_2$.

Здесь $u\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right), \tau_{j_0}; \tau_i\right)$ - значение, которое принимает функция $u\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right), \tau_{j_0}; t\right)$ при $t = \tau_i$ (см. определение r — стратегии).

Множество индексов I_2 определяется так.

Если $i \in I_2$, то 1) $i \ne 0$; 2) $\exists j_0 < i$ такое, что j_0 не принадлежит I_2 и $\tau_{j_0} + r\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right), \tau_{j_0}\right) > \tau_i$ (для всякого $i \in I_2$ такое j_0 единственно).

Множество индексов $I_1 = I \setminus I_2$.

Поясним это определение. Пусть, например, $\tau_1 < \tau_0 + r(x^{*}, \tau_0) < \tau_2$. Точке $(x^{*}, t_{*}) = (x^{*}, \tau_0)$ поставлена в соответствие функция $u\left(x^{*}, t_{*}; t\right)$. Тогда ломаная Эйлера удовлетворяет условию $x_\Delta(t_{*}) = x^{*}$ и является решением уравнения (6) при $\tau_0 \le t < \tau_1$ и уравнения (7) при $\tau_1 \le t < \tau_2$, в котором $u\left(x_\Delta\left(\tau_{j_0}\right), \tau_{j_0}; \tau_i\right) = u\left(x^{*}, t_{*}; \tau_1\right)$.

Если $\tau_1 \ge \tau_0 + r\left(x^{*}, \tau_0\right)$, то ломаная Эйлера является решением уравнения (6) при $\tau_0 \le t < \tau_1$, $\tau_1 \le t < \tau_2$. Далее при $t \in [\tau_2, \tau_3)$ ломаная Эйлера удовлетворяет уравнению (7), если $\tau_1 + r(x_\Delta(\tau_1), \tau_1) > \tau_2$, и уравнению (6) в противном случае.

Определение. Момент времени τ_j, $j \in I_1, j \ne 0$, будем называть моментом получения информации для ломаной Эйлера.

Движением $x(t) = x\left(t; x^{*}, t_{*}, \overline{u}\right)$, порожденным стратегией $\overline{u}$ из позиции (x^{*}, t_{*}), будем называть всякую абсолютно непрерывную функцию $x(t)$, для которой на отрезке $[t_{*}, T]$ найдется последовательность ломаных Эйлера $x_\Delta^{(k)}\left(t; x^k, t^k, \overline{u}, v^k(.)\right)$, равномерно сходящаяся к $x(t)$ на $t_{*} \le t \le T$ при условии $\lim\limits_{k\to\infty} \sup\limits_i \left(\tau_{i+1}^k - \tau_i^k\right) = 0$.

Напомним, что расстояние между траекториями $x_\Delta^k(t)$ и $x(t)$ определяется равенством

$$\left\|x_\Delta^{(k)}(t) - x(t)\right\| = \max\left\{\left\|x_\Delta^{(k)}(t) - x(t)\right\|_{C[t^k,1]}, \left|t^k - t_{*}\right|\right\}, \text{ где}$$

$$\left\|x_\Delta^{(k)}(t) - x(t)\right\|_{C[t^k,1]} = \max_{t^k \le t \le 1}\left\|x_\Delta^{(k)}(t) - x(t)\right\|.$$

Существование движений, порожденных r-стратегией, доказывается аналогично существованию движений, порожденных позиционной стратегией.

Определение.

Пусть последовательность ломаных Эйлера $x_\Delta^k(t)$ сходится к движению $x(t)$. Пусть существует последовательность моментов получения информации для этих ломаных Эйлера, сходящаяся к некоторому моменту t. Тогда момент t будем называть моментом получения информации для движения $x(t)$ или просто моментом получения информации.

Другими словами, если $\tau_i^k, i \in I_1^k, i \ne 0$, $\lim\limits_{k\to\infty} \tau_i^k = t$, тогда t - момент получения информации для движения $x(t)$. Здесь $I_1^k = I^k \setminus I_2^k$ - подмножество индексов, соответствующих ломаной Эйлера $x_\Delta^{(k)}$.

Литература

1. *Кононенко А.Ф*. Структура оптимальной стратегии в динамических управляемых системах //Ж.вычисл. матем. и матем. физ.1980. 20,№5. – С.1105-1116.
2. *Кононенко А.Ф., Мохонько Е.З.* О процессе получения информации в неантагонистических дифференциальных играх //Сообщения по прикладной математике. – М.:ВЦ АН СССР,1982, – 20с.
3. *Красовский Н.Н., Субботин А.Н.* Позиционные дифференциальные игры.– М.: Наука, 1974. – 456с.
4. *Мохонько Е.З.* Динамика информационных процессов в неантагонистических играх: дис…. доктора физ.-мат. наук:05.13.17. –М.:ВЦ РАН,1998. –350с.
5. *Мохонько Е.З.*Ситуация равновесия при ограниченном запасе времени наблюдения. Сборник научных трудов XII Международной школы – симпозиума «Анализ, моделирование, управление,
6. развитие социально – экономических систем (АМУР-2018)»,14-27 сентября 2018г.Симферополь-Судак. Симферополь: КФУ,2018. – С.318-326.
7. *Мохонько Е.З.,Носырев А.В*. Информационные процессы в повторяющейся игре с дополнительным платежом и возмущающим фактором//Сборник научных трудов. V Международная школа-симпозиум «Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем. 12-18 сентября 2011, Севастополь» - Симферополь: ТНУ, 2011.– С.267-272.
8. *Черноусько Ф.Л., Меликян А.А.* Игровые задачи управления и поиска. – М.: Наука,1978.270с.