

СМЕШАННЫЙ ИНВЕСТИЦИОННЫЙ ПОРТФЕЛЬ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕНИЯ ВЫБОРА АКТИВОВ

Сыроваткин А. С.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
sibadi@gmail.com

Аннотация: Рассмотрены ситуации, в которых существуют ограничения при формировании смешанного инвестиционного портфеля, выражаемых в обязанности запуска части реальных проектов. Разработана оптимизационная задача для таких условий и предложены методы решения.

Ключевые слова: инвестиции, инвестиционный портфель, портфель реальных проектов, смешанный инвестиционный портфель, инвестиции предприятия, ограничения смешанного инвестиционного портфеля

Введение

Выбор стратегии инвестирования и методов формирования для этого портфеля активов остаются центральными проблемами средних и крупных предприятий. В отличие от инвестиционных банков, пенсионных фондов и прочих институциональных инвесторов, для которых инвестиции являются основным видом деятельности, у предприятий производственного сектора цели инвестиционной стратегии могут быть несколько иными. Например, это может быть диверсификация для снижения риска по основному виду деятельности, расширение сфер производства с целью достижения синергии, вложение прибыли в случае ограниченной емкости рынка по основному виду деятельности, в конце концов, просто эффективное использование временно свободных денежных средств.

При всем разнообразии целей, к инвестициям остаются два базовых требования – максимизация прибыли и минимизация рисков. Часто состав инвестиционного портфеля становится смешанным и состоит из ценных бумаг и реальных проектов. В этих условиях у некоторых предприятий, осуществляющих инвестиции, обнаруживаются дополнительные критерии и ограничения, которые могут существенно влиять на подход к формированию инвестиционного портфеля и на используемые методы оптимизации.

Исходя из инвестиционной политики и ограничений при формировании и управлении инвестиционным портфелем, возможны три ситуации:

1. производственное предприятие пытается реализовать инвестиционные цели только за счет формирования портфеля ценных бумаг.
2. предприятие формирует смешанный инвестиционный портфель из ценных бумаг и реальных проектов, при этом оно не должно обязательно реализовывать какой-то реальный проект и может прекратить любой проект на любом этапе инвестирования, если найдет это целесообразным.
3. предприятие обязано запустить один или нескольких конкретных реальных проектов, но может проводить любые операции с другими, а также с ценными бумагами. Такая ситуация возможна для средних и крупных производственных предприятий, инвестиционная политика которых, ввиду внутренних или внешних обстоятельств диктует им такие условия. Основанием может служить, например, государственная поддержка производства в определенных сферах, дающая право на налоговые послабления или иные преференции и т.д.

Для первых двух случаев существуют более или менее эффективные подходы формирования инвестиционного портфеля, часть из которых осветим ниже. Третий вариант рассмотрен в научной литературе не был.

1 Известные подходы формирования инвестиционного портфеля

Осознание того факта, что совокупность активов может иметь лучшие характеристики, нежели любой актив из совокупности отдельно, пришло давно. Согласно [1], первое упоминание популярной у финансистов поговорки «Don't put all your eggs in one basket» было зафиксировано в 1710 году, но очевидно, что ее понимание пришло гораздо раньше. Однако временем появления портфельной теории, в том виде, в котором мы ее знаем, можно считать только 1952 год, когда Г. Марковиц опубликовал в «Финансовом журнале» свою работу [2]. Этот момент можно считать поворотным, с него математика начала становиться частью портфельного инвестирования. В полной мере это проявилось только после развития современной вычислительной техники и разработки на ее базе инструментов математической статистики, но начало было положено именно тогда.

Марковиц предлагал разделить процесс формирования портфеля на два шага. Первый – исследование бумаг, которые рассматриваются в качестве составляющих будущего портфеля. Второй шаг – определение предпочтений инвестора и формирование портфеля. Исследование доступных для формирования активов строится на анализе двух понятий - доходности и риска. Ожидаемой доходностью отдельно взятого актива Марковиц полагал его математическое ожидание. Соответственно доходность портфеля - средневзвешенную сумму доходностей включенных в него бумаг (01) .

$$(1) r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i$$

где w_i – доля акции в портфели, r_i – её доходность.

Марковиц считал, что диверсификация не должна быть простым распределением капитала между случайными ценными бумагами. Это распределение должно использовать внутренние связи между бумагами, а полученный портфель удовлетворять инвестора по величинам риска и доходности. В качестве меры риска предлагалось использовать стандартное (среднеквадратичное) отклонение доходности актива. Снижение риска, согласно предложенному подходу, осуществляется за счет обратной корреляции выбранных активов. Общий риск портфеля можно выразить:

$$(2) \sigma_p = \sqrt{w_i w_j v_{ij}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j k_{ij} \sigma_i \sigma_j}$$

где σ_i – стандартное отклонение доходностей акции, n – количество акций, используемых для формирования портфеля, v_{ij} – ковариация доходностей i -ой и j -ой акции, k_{ij} – коэффициент корреляции между i -ой и j -ой акцией.

В результате такого подхода формируется криволинейная область допустимых портфелей (Рисунок 1.), в которой оптимальные портфели будут лежать на так называемой эффективной границе.

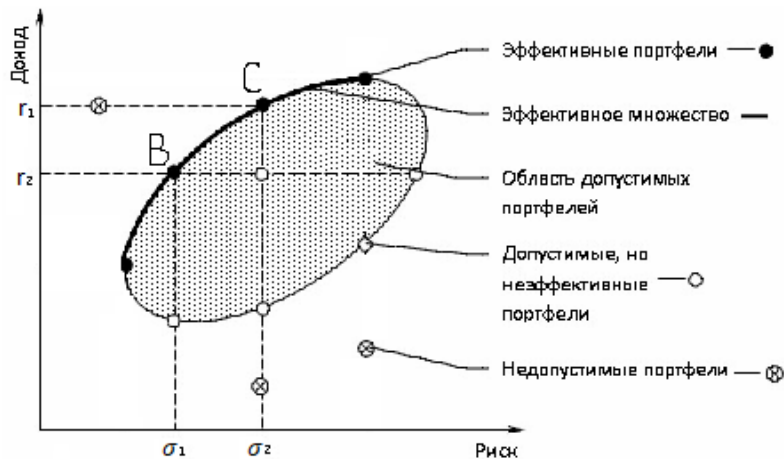


Рисунок 1.

Выбор конкретного портфеля зависит от предпочтения инвестора. Здесь возможно четыре ситуации. Инвестор может определить допустимый риск Q_1 с максимальной доходностью – (портфель В на Рисунке 1).

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n w_i r_i \rightarrow \max \\ \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j k_{ij} \sigma_i \sigma_j} < \sigma_p \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \end{array} \right.$$

Любо задать желаемый уровень дохода портфеля R_1 и минимизировать риск (портфель С на Рисунке 1).

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j k_{ij} \sigma_i \sigma_j} \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n w_i r_i > r_p \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \end{array} \right.$$

Не смотря на спорность части утверждений, теория, предложенная Марковицем, остается фундаментальной, а сам ученый, за свою работу, был удостоен Нобелевской премии.

Следующим шагом в развитии портфельной теории можно считать работу Джеймса Тобина [3] на эт же тему. Основным отличием работ Тобина и Марковица является подход к анализу. Марковиц рассматривал формируемый инвестором портфель с точки зрения микроэкономики, т.е. на субъективной оценке им риска и дохода и определения собственных предпочтений. Тобин подошел к вопросу оптимального портфеля, с макроэкономической точки зрения. Кроме того, в отличие от Марковица, использующего при формировании портфеля только рисковые бумаги, Тобин предложил так включать в него безрисковую компоненту. Так же Тобин использует возможности применения коротких сделок, в отличие от модели Марковица, где такие возможности не рассматривались. В общем виде модель минимизации риска при заданном уровне дохода можно записать так

$$(5) \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n w_i w_j k_{ij} \sigma_i \sigma_j} \rightarrow \min \\ w_0 r_0 + \sum_{i=1}^n w_i r_i > r_p \\ r_0 + \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{array} \right.$$

где w_0 – доходность безрискового актива, r_0 – доля безрискового актива в портфеле

Стоит отметить, что портфельная теория, предложенная Марковицем, имела очевидный недостаток для своего времени – требовала многих сложных вычислений при составлении матрицы ковариаций, что делало ее практически неприменимой на практике. Эта проблема была частично преодолена в работе [4] Шарпа. Шарп предложил использовать теорию рыночного равновесия цен активов в условиях риска. Он разработал модель оценки капитальных активов, предложив использовать рыночный индекс, который уже отражает совокупность всех включенных в него бумаг (06).

$$(6) r_i = \alpha_i + \beta_i r_l + \varepsilon_i$$

где r_l – доходность на рыночный индекс I , α_i – коэффициент смещения, β_i – коэффициент наклона, ε_i –случайная погрешность.

Он выделил два вида риска – рыночный и специфический, свойственный конкретной бумаге, определил коэффициент зависимости β и предложил формулу расчета сравнительной меры риска ценных бумаг. Коэффициент β (07) является мерой рыночного риска для бумаги.

$$(7) \beta = \frac{Cov(r_a, r_p)}{Var(r_p)}$$

где r_a – доходность оцениваемой бумаги, r_p – доходность рынка, Var – дисперсия рынка

Специфический риск отражает внутренние факторы эмитента бумаги и этот риск можно минимизировать включением в портфель бумаг уравновешивающих друг друга. Особенностью рыночного риска является невозможность его уменьшения путем изменения комбинаций бумаг, включаемых в инвестиционный портфель. По сути, метод позволял использовать корреляцию инструмента инвестирования к рыночному индексу вместо матрицы взаимных корреляций к каждой бумаге. Такой подход дал возможность значительно сократить вычисления и применять метод шире.

2 Смешанный инвестиционный портфель

Последние десятилетия показывают рост интереса исследователей к вопросу формирования портфеля смешанных активов. Так же, как совокупность акций имеет больше возможности для инвестора, нежели отдельная бумага, так и совокупность разных типов активов позволяет достичь

лучшего результата. Однако до некоторого момента в исследованиях в качестве элементов инвестиционного портфеля реальные проекты не рассматривались. Это объясняется рядом сложностей при работе с ними, одной из которых оказалась их адекватная оценка. Преодолеть это затруднение попытались в нескольких работах, представленных в литературе по корпоративным финансам.

В самом простом случае для оценки возможной стоимости проекта в будущем предлагается использовать метод чистого дисконтированного потока (NPV) скорректированного на риск, вместе с деревом решений [4]. Ввиду своей простоты NPV является одним из наиболее популярных методов оценки проектов. Дерево решений предлагается использовать для учета изменений, обусловленных решениями инвестора в процессе управления проектом, влияющих на его конечную будущую оценку. За счет их совместного использования создается временная ось. Очевидный плюс этого метода - простота, но он также не лишен недостатков, одним из которых является выбор адекватной ставки дисконтирования [5].

Также, в качестве метода оценки реальных проектов, можно рассматривать анализ условных требований (ССА) используемый для оценки реальных опционов [6]. Этот метод также основывается на NPV, но ставку дисконтирования получают с использованием статистических данных рынка ценных бумаг. Для этого отбираются бумаги, по которым доступна достаточная для анализа история и поведение которых в совокупности коррелирует с изменением стоимости оцениваемого проекта. После формирования необходимых совокупностей бумаг, из них формируется оптимальный синтетический портфель.

Минусы этого подхода в сложности подбора нужных бумаг и формировании синтетического портфеля. Что же касается проектов в областях не представленных на рынке ценных бумаг, например инновационных, использующих новейшие технологии, то адекватность применения такого метода особенно вызывает сомнения.

В относительно недавней работе Smith, J. E. и Nau R. F [7] оценивать проекты предлагается через так называемую безубыточную цену покупки и продажи. По мнению авторов, инвестор обладает знаниями и предпочтениями, позволяющими ему самостоятельно определить как стоимость проекта, за которую он согласился бы продать его. так и ту, за которую захотел бы купить его, так чтобы в любом случае не потерпеть убытки. Авторы рассуждают, что если бы эти цены отличались друг от друга и от реальной стоимости, то возможна ситуация, в которой, покупая проект у инвестора и продавая его ему, можно создать цикл, приводящий к бесконечным убыткам. Авторы идут дальше и развивают свой метод формирования смешанного инвестиционного портфеля, основанный на дереве решений. Они предлагают учитывать влияние на ставку рискованного проекта возможность торговли ценными бумагами в каждом узле дерева. Таким образом инвестор максимизирует полезность денежных потоков. Однако такой подход не всегда приводит к максимизации NPV.

Позже было предложено улучшение представленного подхода с помощью метода условного портфельного программирования [8]. Данный метод использует структуру предпочтений инвестора с меньшим количеством предположений, позволяя работать с большим количеством моделей предпочтения. Кроме того, цель максимизации является конечный уровень благосостояния, что в большей степени отражает реальную цель инвестора.

3 Ситуации ограничения выбора активов при формировании портфеля

Рассмотрим более подробно, ситуации, в которых инвестору нужно сформировать инвестиционный портфель предприятия, в условиях, когда возможны вложения в ценные бумаги и реальные проекты, часть из которых инвестор обязан запустить.

- Как уже упоминалось, это могут быть, например, производственные проекты, государственная поддержка которых обеспечивает дополнительные преимущества и инвестору необходимо, как минимум, иметь возможность сравнить инвестиционные портфели с учетом таких ограничений и без них.
- Это могут быть проекты, для которых допустимы некоторые убытки, но которые через обозримое время позволят, например, занять долю рынка, дающую возможность дальнейшего безубыточного развития.
- Возможно, это социально-значимые проекты, прибыльность которых желательна, но не обязательна, при этом минимизация убытков и рисков также играет роль.

Таким образом, мы видим, что рассматриваемая задача актуальна и востребована средними и крупными предприятиями, участвующими в развитии современного общества.

4 Оптимизационная двухкритериальная задача

Задача формирования оптимального инвестиционного портфеля двухкритериальная. Первым критерием, который необходимо максимизировать, является ожидаемая чистая прибыль, которая определяется как взвешенная сумма спрогнозированных компонентов портфеля (08). Вторым критерием, который необходимо минимизировать является риск портфеля, который мы определяем, как полуабсолютное отклонение спрогнозированных значений, составляющих портфеля (09). При этом существуют ограничения, выраженные в максимальной сумме инвестиций B , (10) и отсутствии коротких сделок (11). Как видно, в приведенных формулах включена компонента обязательных проектов.

$$(8) \max f(x, z) = \sum_{i=1}^k (p_i + b_i - b_i^0) z_i + \sum_{i=1}^n (l_i + c_i - c_i^0) + \sum_{i=1}^m (x_i - x_i^0) v_i$$

$$(9) \min \omega(x, z) = \sum_{t=1}^T \left| \min \left\{ 0, \sum_{i=1}^k (p_i - p_{ti} + b_i - b_{ti}) z_i + \sum_{i=1}^n (l_i - l_{ti} + c_i - c_{ti}) + \sum_{i=1}^m (x_i - x_{ti}) v_i \right\} \right|$$

$$(10) B \leq \sum_{i=1}^k b_i^0 z_i + \sum_{i=1}^n c_i^0 + \sum_{i=1}^m x_i^0 v_i$$

$$(11) v_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m,$$

$$(12) z_i = \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, k,$$

где k - общее количество необязательных проектов, p_i - математическое ожидание прибыли i -го необязательного проекта, p_{ti} - прибыль i -го необязательного проекта в периоде t , b_i - математическое ожидание остаточной стоимости i -го необязательного проекта, b_{ti} - остаточная стоимость i -го необязательного проекта в период t , b_i^0 - начальная стоимость i -го необязательного проекта, z_i - признак включения необязательного проекта в портфель, равен 1 если проект запускается и 0 если нет, n - общее количество обязательных проектов, l_i - математическое ожидание прибыли обязательного i -го проекта, l_{ti} - прогнозируемая прибыль обязательного i -го проекта в период t , c_i - математическое ожидание остаточной стоимости i -го обязательного проекта, c_{ti} - прогнозируемое значение остаточной стоимости i -го обязательного проекта в период t , c_i^0 - начальная стоимость i -го обязательного проекта, m - количество ценных бумаг в портфеле, x_i - математическое ожидание стоимости i -ой ценной бумаги, x_{ti} - прогнозируемая стоимость i -ой ценной бумаги в период t , x_i^0 - начальная стоимость i -ой ценной бумаги, v_i - количество ценной бумаги i в портфеле.

Для решения данной задачи использовались известные подходы численного решения многокритериальных задач, в частности алгоритм имитации отжига.

Заключение

В данной работе нами была показана востребованность метода, позволяющего формировать смешанный инвестиционный портфель в условиях обязательного включения части реальных проектов. Кроме того, нами была разобрана оптимизационная задача для данного метода и предложены варианты ее решения. Полученные результаты могут повысить эффективность инвестиций средних и крупных организаций в вышеописанных условиях.

Литература

1. The American Heritage Dictionary of Idioms / by Christine Ammer. Houghton Mifflin, 1997.
2. H. Markowitz, Portfolio Selection, Journal of Finance, V.7., I.1., P. 77-91, (1952)
3. W. Sharpe, Capital Assets Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, Journal of Finance, V.19., P. 425-442, (1964)
4. Richard A. Brealey, Stewart C. Myers, Franklin Allen. "Principles of corporate finance." McGraw 2014. – P.245-266.
5. Risk Assessment In Multi-period Models, A Syrovatkin - 2018 Eleventh International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD) - ieeexplore.ieee.org

6. Dixit, A. K., Pindyck. R. S. "Investment Under Uncertainty." Princeton University Press, Princeton, NJ. 1994. P.114-120
7. Smith, J. E., Nau R. F.. 1995. Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Analysis. // Management Science. Vol. 41, №5, May 1995. P.795-816.
8. Gustafsson, J., Salo A. Contingent Portfolio Programming for the Management of Risky Projects. // Operations Research, published online: December 1, 2005.
9. Севастьянов П.В. Невероятностная концепция риска в оптимизации портфеля / П.В. Севастьянов, Л.Г. Дымова [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ifel.ru/br1/12.pdf>
10. Yong Fang, K.K. Lai and Shou-Yang Wang, A Fuzzy Mixed Projects and Securities Portfolio Selection Model, Fuzzy Systems and Knowledge Discovery: Second International Conference, FSKD 2005, Changsha, China, August 27-29, 2005, Proceedings, Part II (pp.931-940)