СОГЛАСОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ИЕРАРХИЧЕСКИХ СЕТЕВЫХ СТРУКТУРАХ

Еналеев А.К.
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
anverena@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются задачи формирования иерархических отношений между агентами, имеющими собственные цели, в сетевой структуре взаимодействия агентов. Исследуются условия лидерства некоторого агента в сетевой структуре и возникновения вследствие этого дополнительного уровня иерархии. Для решения этой задачи предлагается использовать механизмы согласованного планирования и стимулирования.

Ключевые слова: Согласование, принятие решений, степень децентрализации, равновесие, сеть, план, функции штрафов, оптимальность.

Введение

Сложность управления организационными системами, состоящими из большого количества агентов, взаимодействие которых описывается сетевой структурой связей, приводит к необходимости формирования иерархических структур соподчинения агентов друг другу или дополнительным органам управления, а также к допущению определенной децентрализации принятия решений в системе. При исследовании таких систем возникают проблемы организации степени соподчинения агентов и выбора степени децентрализации, приводящие к формированию иерархических структур. Отметим, что изучению этих проблем посвящено очень большое число научных работ. В большинстве этих работ использование иерархических структур связывают с невозможностью обработки больших объемов информации единственным органом управления (Центром) в связи с вычислительной сложностью задачи расчета Центром оптимального плана, недостаточной информированностью Центра об агентах, наличием собственных целей у агентов и стремлении получить ими наибольший выигрыш при принятии решений.

В последнем случае проблема приобретает игровую постановку. В этом случае требуется согласовывать действия агентов, учитывая их целенаправленное поведение. Согласование целей агентов и принимаемых ими решений можно осуществлять путем разработки механизмов управления [1, 2]. В докладе делается акцент на исследовании именно этого случая.

В [3,4] такого типа задача рассматривалась для случая, так называемых компенсаторных функций стимулирования по отношению к функциям затрат агентов. В [3,4] рассматривалась модель сетевой структуры технологических связей, определяющей порядок выполнения операций. Эта структура описывается графом без контуров. Определение размеров поощрений, компенсирующих затраты на выполнение работ сведена к решению нелинейной оптимизационной задачи.

Настоящая статья, кроме расширения выводов работ [3,4] для более общего класса функций поощрения, исследует модель сетевой структуры, с дополнительными связями агентов. Эти связи описываются зависимостью целевой функции каждого агента от стратегий всех агентов сетевой структуры. В статье исследуются проблемы существования равновесных состояний в таких сетях.

Рассмотрен вариант системы, в которой имеется «лидирующий» агент, сила влияния которого на остальные агенты, в силу имеющихся связей, превышает «фон» взаимных связей агентов. В этом случае, как показано, этот агент может формировать в структуре дополнительный уровень иерархии.

1 Описание модели и постановка задачи

Рассмотрим ориентированный граф $G=(I, A)$ без контуров, где I обозначает множество, состоящее из n вершин, A – множество дуг. Для графа без контуров возможна такая нумерация вершин, при которой все дуги $(i, j) \in A$ удовлетворяют следующему свойству: $j > i$, если i – номер вершины, из которой выходит дуга, а j – номер вершины, в которую входит дуга. В [5] показана возможность такой нумерации вершин для графа без контуров, и такая нумерация названа «правильной». Будем считать, что исходная нумерация вершин графа является «правильной». Для простоты и, по существу, без ограничения общности предположим, что конечная вершина графа, в которую входит хотя бы одна дуга и ни одной не выходит, единственна и имеет номер n. Обозначим J_i множество номеров вершин, от которых дуги направлены в вершину с номером i.

Примем, что вершине с номером i соответствует агент, принимающий решение y_i , где $i=1,\dots, n$; $y_i \in Y_i(\bar{y}^i)$, $Y_i(\bar{y}^i)$ – множество допустимых решений i-го агента, $\bar{y}^i = \{y_j, j \in J_i\}$ – набор решений агентов с номерами из множества J_i. Будем считать, что множества $Y_i(\bar{y}^i)$ компактны и $Y_i(\bar{y}^i) \subset Y$ где Y – множество с заданной топологией.

Пусть дугам соответствуют функции $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(k_{ij} y_j, y_i) \geq 0$ потерь за отклонение решения y_i от взвешенного решения $k_{ij}y_j$ агента с номером $j \in J_i$, где k_{ij} – заданные коэффициенты, характеризующие соответствие решений y_i и y_j агентов i и j, $\lambda_{ij}(y_i, y_i) = 0$. Для всех агентов определим целевые функции $f_i(x_i, y_i, \bar{y}_{-i}) = h_i(y_i) - \chi_i(x_i, y_i) - \sum_{j \neq i} \lambda_{ij}(k_{ij} y_j, y_i)$, где $\bar{y}_{-i} = (y_1, \dots, y_{i-1}, y_{i+1}, \dots, y_n)$ – совокупность решений всех агентов за исключением i-го агента; $h_i(y_i)$ – функция дохода, либо функция затрат, i-го агента от реализации решения y_i; $\chi_i(x_i, y_i)$ – штрафы, устанавливаемые

Центром агенту за отклонение решения y_i от назначенного Центром плана x_i, $x_i \in Y$, $\chi_i(x_i, y_i) \geq 0$, $\chi_i(y_i, y_i) = 0$. Будем считать, что коэффициенты k_{ij} таковы, что $k_{ij} y_j \in Y$. Предположим, что функция $h_i(y_i)$ полунепрерывна сверху, а $\chi_i(x_i, y_i)$ и $\lambda_{ij}(k_{ij} y_j, y_i)$ полунепрерывны снизу по всем переменным, каждый из которых может принимать значение на множестве Y. Пусть также задана целевая функция центра $F(\overline{x}, \overline{y})$, где $\overline{x}$ – совокупность всех планов, $\overline{y}$ – совокупность решений всех агентов. Предположим, что $F(\overline{x}, \overline{y})$ также полунепрерывна сверху по всем своим аргументам.

Агенты последовательно в порядке их нумерации выбирают решения y_i^* из условия

$$(1)\ \ y_i^* \in Z_i(x_i, \overline{y}_{-i}^*) = \operatorname{Arg} \max_{y_i \in Y_i(\overline{y}^{*i})} f_i(x_i, y_i, \overline{y}_{-i}^*).$$

Выражения (1) по сути являются определением равновесия по Нэшу. Будем предполагать, что это равновесие существует.

Обозначим $Z = Z(\overline{x}, \overline{\chi})$ множество стратегий всех агентов, удовлетворяющих условию (1) и рассмотрим показатель эффективности системы $K(\overline{x}, \overline{\chi}) = \inf\limits_{\overline{y}^* \in Z(\overline{x}, \overline{\chi})} F(\overline{x}, \overline{y}^*)$. Здесь зависимость множества Z от $\overline{x}$ и $\overline{\chi}$ обозначена потому, что предполагается, что Центр может выбирать механизм управления, т.е. планы x_i и функции штрафов $\chi_i(.,.)$ из заданных множеств Y и Θ_i. В качестве множеств Θ_i допустимых функций штрафов $\chi_i(.,.)$ будем рассматривать $\Theta_i = \{\chi_i(.,.) \mid \chi_i(x, y) - \chi_i(x, v) \leq \theta_i(v, y), \forall x, y, v \in Y\}$, где $\theta_i(.,.)$ – заданные показатели роста для функций штрафов [4], удовлетворяющие неравенству «треугольника» $\theta_i(x, y) \leq \theta_i(x, v) + \theta_i(v, y)$ при $\forall x, y, v \in Y$. В общем случае проблема ставится следующим образом.

Постановки задач.

1. Определить оптимальные планы и оптимальные функции штрафов $(\overline{x}^*, \overline{\chi}^*)$:

$$(2)\ \ K(\overline{x}^*, \overline{\chi}^*) \geq \sup_{(\overline{x}, \overline{\chi}) \in M} K(\overline{x}, \overline{\chi}) - \varepsilon,$$

где $M = (Y, \Theta)$ – множество допустимых механизмов, $\Theta = (\Theta_1, ..., \Theta_n)$, ε – достаточно малое положительное число.

2. Определить условия выполнения агентами планов: $y_i^* = x_i$, i=1,…, n.

В случае, когда все $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(k_{ij} y_j, y_i) = 0$, в [6,7] для задачи (2) показано, что оптимальные планы содержится в множестве согласованных планов, т.е. планов, которые агентам выгодно выполнять, а оптимальные функции штрафов совпадают с их показателями максимального роста $\theta_i(x_i, y_i)$. Заметим, что в этом случае эти показатели характеризуют степень централизации: если $\theta_i^1(x_i, y_i) > \theta_i^2(x_i, y_i)$, то для штрафов с индексом 1 степень централизации выше, чем для штрафов 2.

2 Оптимальность механизмов согласованного управления

В этом разделе примем дополнительные требования к модели рассматриваемой системы. Пусть кроме того, что функции штрафов ограничены показателями роста, они ограничены некоторыми константами, $\chi_i(x_i, y_i) \leq c_i$ и $\sum c_i \leq C$, где C – заданная величина.

Кроме того, рассмотрим случай, когда $\lambda_{ij} = 0$, то есть агенты не связаны между собой функциями потерь; $h_i(y_i) = -\zeta_i(y_i)$, где y_i – действительные числа, $y_i \geq 0$, $\zeta_i(y_i)$ – функции затрат агентов, возрастающие по своему аргументу, $\zeta_i(0) = 0$; $F(\overline{x}, \overline{y}) = H(y_1, ..., y_n) - \sum\limits_i (c_i - \chi_i(x_i, y_i))$, где $\chi_i(x_i, y_i) \in \Theta_i$, функция $H(y_1, ..., y_n)$ не убывает по каждому из аргументов y_i, i=1,…, n; множества допустимых решений представляют собой отрезки прямой $Y_i(\overline{y}^i) = [d_i, b_i(\overline{y}^i)]$, где d_i – заданные константы, а $b_i(\overline{y}^i)$ – числа, характеризующие верхние границы отрезков. Примем, что $b_i(\overline{y}^i)$ не убывают по своим аргументам. Величины $c_i - \chi_i(x_i, y_i)$ можно интерпретировать как стимулирование агентов к выполнению планов.

Теорема 1. Оптимальное решение задачи (2) определяется следующим образом: найти набор чисел $\overline{c}^* = (c_1^*, ..., c_n^*)$ и планов $\overline{x}^* = (x_1^*, ..., x_n^*)$ таких, что

$$H(x_1^*,...,x_n^*)-\sum_i c_i^* = \max_{\bar{x},\bar{c}}(H(x_1,...,x_n)-\sum_i c_i),$$

при ограничениях

$$x_i \in Y_i(\bar{x}^i),\ \ \zeta_i(x_i) \le c_i,\ \ \sum c_i \le C,\ \ i=1,..., n.$$

При этом оптимальные функции штрафов равны $\chi_i^*(x_i,y_i)=\begin{cases}0, & \text{если } y_i = x_i \\ c_i & \text{в противном случае}\end{cases}$, и выбор решений агентами как доминантных стратегий совпадает с планами, $y_i^* = x_i^*$.

Доказательство. Отметим, что функция штрафов $\tilde{\theta}_i(x_i,y_i)=\max[\theta(x_i,y_i),c_i]=\begin{cases}\theta(x_i,y_i), \text{если } & \theta(x_i,y_i)\le c_i \\ c_i, \text{ если } & \theta(x_i,y_i)>c_i\end{cases}$ удовлетворяет неравенству «треугольника», если удовлетворяет этому неравенству функция $\theta(x_i,y_i)$. Справедливость этого утверждения проверяется непосредственно подстановкой функции $\tilde{\theta}_i(x_i,y_i)$ в неравенство. Отсюда следует, что функции штрафов $\tilde{\theta}_i(x_i,y_i)$ при фиксированных значениях параметров c_i являются оптимальными на множестве $\tilde{\Theta}_i=\{\chi_i(.,.)\,|\,\chi_i(x,y)-\chi_i(x,v)\le\tilde{\theta}_i(v,y),\ \forall x,y,v\in Y\}$.

Учитывая, что $K(\bar{x}^{1*},\bar{\theta}^1)\le K(\bar{x}^{2*},\bar{\theta}^2)$, если $\theta_i^1(x_i,y_i)\le\theta_i^2(x_i,y_i)$ и функции $\theta_i^1(x_i,y_i),\theta_i^2(x_i,y_i)$ удовлетворяют неравенствам «треугольника» при всех i=1,…, n, $\bar{x}^{1*}$ и $\bar{x}^{2*}$ – наборы оптимальных планов, соответственно при функциях штрафов $\theta_i^1(x_i,y_i),\theta_i^2(x_i,y_i)$. Здесь $\bar{\theta}^1(\bar{x},\bar{y})=(\theta_1^1(x_1,y_1),...,\theta_n^1(x_n,y_n))$, $\bar{\theta}^2(\bar{x},\bar{y})=(\theta_1^2(x_1,y_1),...,\theta_n^2(x_n,y_n))$. Это утверждение справедливо в силу [первая статья с нер.треугольника, 5]. Отсюда следует то, что $K(\bar{x},\bar{\bar{\theta}}(\bar{x},\bar{y}))\le K(\bar{x},\bar{\chi}^*(\bar{x},\bar{y}))$, где $\bar{\chi}^*(\bar{x},\bar{y})=(\bar{\chi}_1^*(x_1,y_1),...,\bar{\chi}_n^*(x_n,y_n))$, $\chi_i^*(x_i,y_i)=\begin{cases}0, & \text{если } y_i = x_i \\ c_i^* & \text{в противном случае}\end{cases}$. По терминологии [2] функция является «компенсаторной функцией штрафов». Учитывая это обстоятельство, дальнейшее доказательство аналогично [3,4], поэтому не приводится. Теорема доказана.

Теорема 1 обобщает теорему об оптимальности механизма с компенсаторными функциями поощрения в сетевых структурах [3,4]. Размеры $\bar{c}^*=(c_1^*,...,c_n^*)$ максимальных штрафов характеризуют степень централизации управления каждого отдельного агента. Для сетевой структуры степень централизации оптимального механизма определяется величиной C.

3 Согласованное планирование и стимулирование

Под стимулированием агентов будем понимать управление выбором решений агентов посредством назначения штрафа за отклонение решения от плана.

Теорема 2. Если $\chi_i(x_i,y_i)=\theta_i(x_i,y_i)$ для всех i=1,…, n и $X^*\ne\varnothing$, то решения $\bar{y}^*=\bar{x}^*$ представляют собой равновесия по Нэшу в игре n агентов, где $\bar{x}^*\in X^*=\{x_i\ /\ x_i\in P_i(\bar{x}_{-i}),\ i=1,...,n\}$

$$P_i(\bar{x}_{-i})=\{x_i\in Y_i(\bar{x}^i)\,|\,h_i(x_i)-\sum_{j=1\ j\ne i}^n\lambda_{ij}(k_{ij}x_j,x_i)\ge h_i(y_i)-\theta_i(x_i,y_i)-\sum_{j=1\ j\ne i}^n\lambda_{ij}(k_{ij}x_j,y_i),\ \forall y_i\in Y_i(\bar{y}^i)\}$$

Доказательство.

Так как функции $\theta_i(x_i,y_i)$ удовлетворяют неравенству «треугольника», то $P_i(\bar{y}_{-i})=\bigcup_{x_i\in Y_i(\bar{y}^i)}Z_i(x_i,\bar{y}_{-i})$

Доказательство этого утверждения совпадает с доказательством аналогичного утверждения для случая единственного агента в [6], поэтому здесь не приводится. В силу полунепрерывности сверху целевых функций агентов и компактности множеств допустимых решений и планов, множества $P_i(\bar{x}_{-i})\ne\varnothing$ при любых допустимых значениях $\bar{x}_{-i}$. Рассмотрим некоторый равновесный план $\bar{x}^*$ из множества X^*. Для плана $\bar{x}^*$ по определению множества X^* для всех агентов имеет место $x_i^*\in Z_i(x_i^*,\bar{x}_{-i}^*)$. Отсюда вытекает справедливость неравенства $h_i(x_i^*)-\sum_{j=1\ j\ne i}^n\lambda_{ij}(k_{ij}x_j^*,x_i^*)\ge h_i(y_i)-\theta_i(x_i^*,y_i)-\sum_{j=1\ j\ne i}^n\lambda_{ij}(k_{ij}x_j^*,y_i)$ при всех $y_i\in Y_i$. Следовательно, $x_i^*\in P_i(\bar{x}_{-i}^*)$. Теорема доказана.

Назовем $P_i(\overline{x}_{-i})$ множеством условно согласованных планов, так как назначаемый агенту из $P_i(\overline{x}_{-i})$ план согласуется с интересами агента в том смысле, что ему выгодно выполнять этот план при условии выполнения планов остальными агентами.

Рассмотрим функции штрафов вида

$$(3)\ \chi_i(x_i, y_i) = \chi_i^0(x_i, y_i) + \sum_{j \neq i,\ j=1}^{n} \delta_{ij}(x_i, y_i),$$

где $\delta_{ij}(y_j, y_i) \geq \theta_{ij}(y_j, y_i) = \max_{z \in Y}[\lambda_{ij}(z, y_i) - \lambda_{ij}(z, y_j)]$. Здесь $\theta_{ji}(.,.)$ характеризует показатель максимального роста функции потерь *i*-го агента при отклонении его решения от выбора *j*-го агента

Теорема 3. Если функции штрафов всех агентов имеет вид (3), функции $\chi_i^0(x_i, y_i)$ удовлетворяют неравенству «треугольника» и $x_i \in P_i^0(\overline{x}^i) = \{x \in Y_i(\overline{x}^i) | h_i(x) \geq h_i(y_i) - \chi_i^0(x, y_i),\ y_i \in Y_i(\overline{x}^i)\}$, то $\overline{y}^* = \overline{x}$ как доминантные стратегии.

Доказательство. Рассмотрим выбор решения *i*-м агентом при плане $x_i \in P_i^0(\overline{x}^i)$ Для того, чтобы решение $y_i = x_i$, было выбрано агентом как доминантная стратегия, необходимо выполнение следующего неравенства при $\forall y_i, y_j \in Y$:

$$(4)\ h_i(x_i) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \lambda_{ji}(k_{ij} y_j, x_i) \geq h_i(y_i) - \chi_i^0(x_i, y_i) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \delta_{ji}(x_i, y_i) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \lambda_{ji}(k_{ij} y_j, y_i).$$

Так как по предположению $x_i \in P_i^0(\overline{x}^i)$, а следовательно $h_i(x_i) \geq h_i(y_i) - \chi_i^0(x_i, y_i)$, то для справедливости (4) достаточно выполнения неравенств $\delta_{ji}(x_i, y_i) \geq \lambda_{ji}(k_{ij} y_j, y_i) - \lambda_{ji}(k_{ij} y_j, x_i)$

из условия теоремы. Теорема 3 доказана.

Теорема 3 определяет размер устанавливаемых Центром штрафов для обеспечения выполнения планов агентами независимо от структуры сети и соотношения потерь $\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(k_{ij} y_j, y_i) \geq 0$ различных агентов. Учет специфики топологии сети и соотношений потерь агентов позволяет Центру «экономить» в размерах штрафов и порождает большое разнообразие постановок задач в зависимости от этой специфики. Здесь мы ограничимся простейшей из них.

Будем считать, что имеется выделенный агент, скажем, с номером *l*, влияние которого на другие агенты существенно превышает влияние окружающих агентов на него. Такая асимметрия выражается соотношениями $\lambda_{lj}(k_{lj} y_j, y_l) < \lambda_{jl}(k_{jl} y_l, y_j)$. Эти неравенства означают, что потери *l*-го агента от несовпадения с решением любого другого агента меньше, чем потери этого агента от несовпадения его решения с решением *l*-го агента. Более того, для простоты, примем, что все $k_{ij} = 1$ и влияние агентов на *l*-й со стороны остальных агентов равно 0, $\lambda_{jl}(y_l, y_j) \geq 0$, $\lambda_{lj}(y_j, y_l) = 0$. Также предположим независимость множеств Y_i от выбора решений предшествующими агентами. При сделанных предположениях рассмотрим возможность для Центра управлять принятием решений агентов опосредованно, воздействуя только на *l*-й агент.

Пусть Центр назначает *l*-му агенту план x_l из множества согласованных планов $P_l = \{x \in Y_l | h_l(x) \geq h_l(y_l) - \chi_l(x, y_l),\ y_l \in Y_l\}$, тогда $y_l^* = x_l$. Для агентов с номерами *i*, отличающимися от *l*, план x_i не устанавливается и $\chi_i(.,.) \equiv 0$. Рассмотрим множества $P_i^l = \{x \in Y_i | h_i(x) - \sum_{j=1,\ j \neq i, j \neq l}^{n} \lambda_{ij}(y_j, x) \geq h_i(y_i) - \lambda_{il}(x, y_i) - \sum_{j=1,\ j \neq i, j \neq l}^{n} \lambda_{ij}(y_j, y_i),\ \forall y_i \in Y_i\}$. Эти множества включают планы, которые будут выполняться агентами при наличии потерь от выбора решения *l*-м агентом.

Теорема 4. Если функция потерь $\lambda_{il}(x, y_i)$ удовлетворяет неравенству «треугольника», $Q_l \neq \varnothing$, где $Q_l = P_l \bigcap_{j \in I} P_j^l$, и $x_l \in Q_l$, то $y_i^* = x_l$ при всех $i = 1, \ldots, n$ является равновесием по Нэшу;

если $\lambda_{il}(x_l, y_i) = \chi_l^0(x_l, y_i) + \sum_{i \neq l,\ i=1}^{n} \delta_{il}(x_l, y_i)$, то любой план x_l, такой что $x_l \in P_l \cap \bigcap_{j \in I} P_j^{0l}$, где $P_j^{0l} = \{x \in Y_j | h_j(x) \geq h_j(y_j) - \chi_i^0(x, y_j),\ y_j \in Y_j\}$, определяет выбор решений агентов $y_i^* = x_l$ как доминантных стратегий.

Доказательство. Доказательство утверждения из первой части теоремы 4 сходно с доказательством теоремы 2. Поскольку по предположению $\lambda_{il}(x, y_i)$ удовлетворяет неравенству «треугольника», то $P_i^l = \bigcup_{x_l \in Y} Z_i(x_l)$. Доказательство этого свойства можно найти в [6]. Поскольку по предположению $P_l \bigcap_{j \in I} P_j^l \neq \varnothing$, план x_l, во-первых выполняется l-м агентом. Из $x_l \in P_i^l = \bigcup_{x \in Y} Z_i(x\ )$ следует, что $x_l \in Z_i(x\ )$. Следовательно, $y_i^* = x_l$ является равновесием по Нэшу. Доказательство второй части утверждения использует логику доказательства теоремы 3. Пусть Центр назначил для l-го агента план $x_l \in P_l$. Для того чтобы i-й агент выбрал свое решение $y_i^* = x_l$ как доминантную стратегию достаточно выполнения для всех $y_i, y_j \in Y$ следующих соотношений

$$(5)\ h_i(x_l) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \lambda_{ji}(y_j, x_l) \geq h_i(y_i) - \chi_i^0(x_l, y_i) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \delta_{ji}(x_l, y_i) - \sum_{j \neq i, j=1}^{n} \lambda_{ji}(y_j, y_i).$$

Так как по предположению $x_l \in P_i^{0l}$, а следовательно $h_i(x_l) \geq h_i(y_i) - \chi_i^0(x_l, y_i)$, то для справедливости (5) достаточно выполнения неравенств $\delta_{ji}(x_l, y_i) \geq \lambda_{ji}(y_j, y_i) - \lambda_{ji}(y_j, x_l)$

из условия теоремы. Теорема 3 доказана.

Множество $Q_l(\bar{x})$ по сути является областью влияния Центра на агенты через l-й агент.

Теорема 4 определяет условия, при которых Центр может устанавливать штрафы только одному агенту, занимающему «лидирующее» положение в рассматриваемой сетевой структуре. При этом определяются границы области влияния этого агента на свое окружение.

Заключение

В статье представлены следующие результаты.

Охарактеризован оптимальный механизм управления в сетевой структуре, описывающей технологические связи. Показано, что при ограничении на степень роста функции поощрения или штрафов (вводится определение показателя максимального роста) и общий размер поощрения (штрафа) оптимальных механизм сводится к решению классической оптимизационной задачи, в которой функции поощрения (штрафов) совпадают с функциями максимального роста. Доказанное утверждение обобщает результаты [3,4].

Представлена модель организационно-технологической сетевой структуры, в которой связи между агентами могут быть двух типов. Первый тип связей описывается зависимостью множеств допустимых решений агентов от выбранных решений предшествующих агентов. В этом случае связи описываются направленным графом без контуров, характеризующем операции предшествования. Второй тип связей агентов определяется потерями каждого агента от несовпадения его решения от взвешенных решений остальных агентов. Эти связи описываются произвольным ориентированным графом.

Для этой модели исследованы проблемы существования равновесия по Нэшу и в доминантных стратегиях. Получены достаточные условия и определен вид функций штрафов, при которых существуют равновесия в доминантных стратегиях.

Рассмотрен вариант модели сетевой структуры с выделенным агентом, влияние которого на выбор агентов существенно превосходит влияние остальных агентов. Определены условия и соответствующий механизм управления, при которых Центр может использовать этого выделенного агента для управления всей системой. По сути, в системе помимо Центра возникает дополнительный уровень иерархии. При этом Центр имеет возможность экономить на размерах поощрения (штрафов). Результаты статьи существенно опираются на теорию согласованного управления в организационных системах [1,2,3,4].

Полученные результаты дают основу для изучения статики выбора стратегий агентами в более изощренных структурах связей агентов, когда в системе могут возникать сообщества и новые уровни иерархии.

Представленные в статье выводы могут быть использованы при анализе статики поведения агентов в различных социально экономических системах, описываемых сетевыми структурами. Примером таких систем могут быть сборочные производства, комплекс научно-технических и опытно-конструкторских разработок, социальные сети, системы голосования и др.

Литература

1. *Бурков В.Н.* Основы математической теории активных систем. – М.: Наука, 1977. – 256с.

2. Mechanism Design and Management. Mathematical Methods for Smart Organizations/ Business Issues, Competition and Entrepreneurship. New York: NOVA publishers, 2013.
3. *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. – М.: Физматлит, 2007. – 584с.
4. *Белов М.В., Новиков Д.А.* Сетевые активные системы: модели планирования и стимулирования // Проблемы управления. 2018. № 1. – С.47-57. M. V. Belov, D. A. Novikov, "Active Network systems: planning and incentive models," in Problems of management, №1. Moscow, 2018, pp. 47-57.
5. *Бурков В.Н., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А.* Теория графов в управлении организационными системами. – М.: Изд-во Синтег, 2001. – 124с. V. N. Burkov, A. Yu. Zalozhnev, D. A. Novikov, Graph theory in the management of organizational systems. Moscow: SINTEG, 2001
6. *Еналеев А. К.* Оптимальность согласованных механизмов функционирования в активных системах // Управление большими системами. 2011. Выпуск 33. – С.143-166. A. K. Enaleev "Optimal incentive-compatible mechanisms in active systems," in Automation and Remote Control, No. 3, vol. 74, 2013, pp. 491-505.
7. *Еналеев А. К.* Оптимальный согласованный механизм в системе с несколькими активными элементами // Управление большими системами. 2010. Выпуск 29. – С.108-127.