

# СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОБЕСПЕЧЕНИЮ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ В УПРАВЛЕНИИ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ И ПРОЦЕССАМИ

Титов А. В.

Российский университет транспорта (МИИТ)

a.v.titov@mail.ru

*Аннотация. В статье рассматривается проблема разработки общей базы математического обеспечения задач управления объектами сложной природы на основе системного единства различных методов математического моделирования указанных задач. На основе использования концепции синтетической квалиметрии и системного подхода намечены пути формирования общей базы формального описания процесса управления качеством сложных объектов и процессов различной природы. Рассматривается возможность использования языка теории структур в качестве базы для обобщенного описания задач управления в рамках концепции синтетической квалиметрии.*

Ключевые слова: сложность, теория, ситуация управления, формальный язык, модель, синтетическая квалиметрия, предикативное определение, математическая структура.

## Введение

Эффективность и оперативность управления сложными объектами и системами во многом зависит от степени автоматизации процесса принятия решения. В то же время использование информационных систем в процессе управления и принятия решений связано с применением языков формализованного описания всех этапов принятия управленческих решений, что требует разработки развитой теории процесса управления. Однако на сегодняшний день такой развитой теории, которая на основе единого формального языка была способна описывать все этапы принятия управленческого решения не существует. В теории управления доминирует подход связанный с использованием широкого спектра математических методов, к которым можно отнести: статистические методы, мягкие модели, эвристические методы, методы теории нечетких множеств и расплывчатых алгоритмов, фрактальные модели. Но единого подхода к проблеме выбора того или иного математического аппарата для формирования модели адекватной ситуации управления нет. Такое положение дел в области описания технологий принятия управленческих решений сложными объектами ставит на повестку дня вопрос о разработке обобщенной методологии принятия управленческих решений, анализ основных положений которой позволит развить теорию принятия решений для объектов любой сложности в виде формирования иерархии формальных методов описания различных этапов принятия управленческих решений для объектов различной сложности и природы.

Другими словами, для эффективной автоматизации процесса принятия управленческого решения, теория принятия решений должна развиваться как дедуктивная наука.

## 1 Ситуация принятия решения

Следует иметь в виду, что в общем случае ситуация управления осознается субъектом управления как представление и поэтому не является объектом формализации. Необходимым этапом формального описания технологии принятия управленческого решения является формирование на основе представления ситуации управления ее описания как понятия с приданием в дальнейшем ему предикативной формы.

Часто целью управления является приведение объекта управления в то или иное конечное состояние. В зависимости от начального состояния объекта управления и стратегии управления (а часто и в зависимости от наличия ресурса управления), перевод объекта управления в конечное состояние (цель управления) может осуществляться в конечное число шагов, которое может быть представлено в виде ситуационной сети, описываемой графом переходов по промежуточным ситуациям к целевой ситуации. Последовательность перехода от начальной ситуации к целевой ситуации определяется стратегией управления.

Таким образом, ситуация принятия решения (состояние объекта управления) является основанием для выработки в соответствии с некоторыми правилами управленческого решения или управляющего воздействия. Достоверность оценки состояний объекта управления при этом,

естественно, играет решающую роль в правильности выбора управленческого решения или управляющего воздействия.

Таким образом, адекватная оценка состояния объекта управления (ситуации управления) играет решающую роль в задаче принятия управленческого решения на основе ситуационного подхода.

Атрибутивный подход к представлению состояния объекта управления позволяет ввести следующее определение.

Определение.

Ситуацией управления назовем систему признаков, описывающих состояние объекта управления в данный момент времени.

В настоящее время не существует единого подхода к описанию состояний объектов управления общей различной природы. Основой для развития такого подхода и на его основе формальной и теории состояний объектов управления может служить модель оценки, разработанная А.И.Субетто в рамках развития общей квалиметрии [1].

Исходя из принятой выше модели ситуации управления и базовой модели оценки, предложенной А.И.Субетто, модель оценки состояния объекта управления можно представить в виде:

$$S_{ок} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline |Sb| & |S| & |F| & |Me| \\ \hline & & & \\ \hline |Rb| & |Rs| & |Rf| & |Rm| \\ \hline \end{array} B; Q; O,$$

где:

**<Sb;Rb>** — пространство субъекта оценки (пространство экспертов) со структурой отношений на нем;

**<S;Rs>** —пространство качеств со структурой отношений на нем;

**<F;Rf>** - пространство свойств («пространство атрибутов») и структура отношений на нем;

**<Me;Rm>**- пространство мер качеств со структурой отношений на нем;

**B** —пространство баз сравнения (эталонov);

**Q** —пространство операторов (алгоритмов) оценивания;

**O** —пространство оценок.

Проводя аналогию с общей квалиметрией [1] и системой специальных квалиметрий, можно предложить следующую структуру общей теории оценки.



Рис. 1. Структура общей теории оценки состояний объектов управления.

В зависимости от сложности и природы объекта управления при оценке его состояния может использоваться различный формальный аппарат при оценке состояний объекта управления, т.е. различные специальные методы оценки состояний объекта управления, структура которых идентична структуре специальных квалиметрий предложенной в работах А.И.Субетто [1].

**Специальные квалиметрии** (по методам и моделям оценки)- экспертная квалиметрия, индексная квалиметрия, вероятностно-статистическая квалиметрия, квалиметрическая таксономия, нечеткая квалиметрия, теория оценивания эффективности;

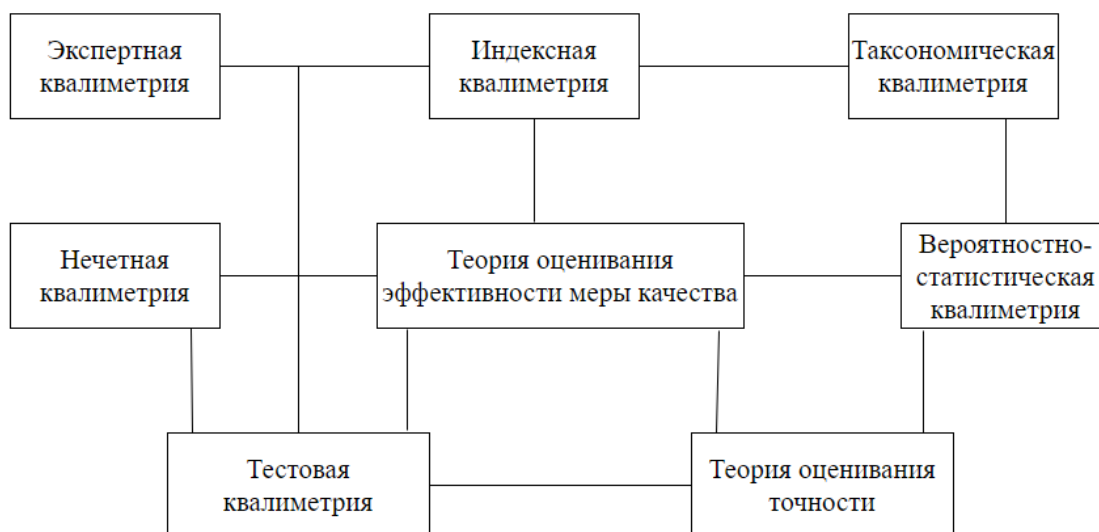


Рис.2. Специальные квалиметрии.

Как уже отмечалось, специальные квалиметрии (технологии оценки ситуации управления) различаются по тому формальному аппарату, который используется при оценке состояния объекта управления. Одним из методов определения соответствия метода обработки объекту оценки могут служить экспертные технологии. Тогда задача сводится к задаче *использования экспертных технологий в модели ситуационного управления выбором методов и технологий оценки состояния объекта управления.*

В основе подхода к решению этой задачи с использованием экспертных технологий, должно лежать формирование набора эталонных ситуаций, которым соответствуют те или иные специальные методы оценки состояний объекта управления.

Характеристики основных видов специальных квалиметрий (такие как: тестовая квалиметрия, экспертная квалиметрия, индексная квалиметрия, таксономические методы в квалиметрии объектов и процессов, нечеткая квалиметрия, вероятностно-статистическая квалиметрия) и используемые в них методы обработки описаны в работе [2].

## 2 Общематематический подход к выбору формального описания технологии оценки ситуации управления

Следует заметить, что все приведенные специальные методы оценки имеют общую базу формального описания, которая описывается базовой моделью оценки. Необходимость использования различной формализации возникает при наполнении содержанием таких элементов описания как “параметр оценки”, “свойство” и т.д.

Разработка общего подхода к определению методов как оценки состояний объекта управления, так и к описанию всех стадий технологии управления при использовании ситуационного подхода заключается в разработке формальной теории ситуационного управления, записанной на некотором формальном языке, имеющей иерархическое строение и позволяющей выбирать методы формального описания отдельных этапов технологии управления в зависимости от характера и интерпретации элементов теории.

Построение формальной теории начинается с выбора языка формализации. Объектами теории управления при ситуационном подходе являются морфизмы вида:

Ситуация управления  $\rightarrow$  Управляющее воздействие

Ситуация управления, в качестве которой мы выбрали состояние объекта управления, описывается набором свойств с их интенсивностями, т.е. принята атрибутивная модель объекта управления [1].

Управленческие решения составляют при этом класс альтернатив, из которых выбираются приоритетные. Приоритетность определяется состоянием объекта управления.

Решение задачи оценки и сравнения альтернатив в общем виде подразумевает наличие четырех этапов:

- представление описания альтернатив;
- разбиение исследуемых объектов на классы, определяемые набором свойств;
- установления приоритетности на множестве классов альтернатив;
- разбиение каждого класса на "уровни приоритетности".

Четвертое условие подразумевает сравнение объектов, относящихся к одному и тому же качеству.

Переходя на формальные формулировки, можно сказать, что:

- альтернатива рассматривается как общее понятие, которое выражено соответствующим выражением логики предикатов:
- пространство альтернатив разбивается на классы, соответствующие описаниям альтернатив;
- устанавливается порядок на множестве классов альтернатив;
- устанавливается порядок внутри каждого класса, либо на его разбиении.

Рассмотрим описанные этапы с точки зрения их формализованного представления.

С точки зрения теории математических структур разбиение множества альтернатив на классы, определяемые структурой совокупности свойств, которыми описываются альтернативы, моделируется построением фактор-множеств на совокупностях изучаемых альтернатив, каждому из которых приписывается определенное «качество», играющее роль отношения эквивалентности. Второй этап подразумевает введение отношения порядка на полученном классе фактор-множеств.

Третий этап подразумевает введение отношения порядка на построенных фактор-множествах, который определяет приоритетность альтернатив внутри каждого фактор-множества. Однако в наиболее общей ситуации оценки состояния сложных объектов и ситуаций, наличие неопределенностей, субъективных параметров оценки ситуации, недостаточная точность оценки интенсивности тех или иных свойств, возможно введение лишь частичного порядка, объявляя эквивалентными альтернативы предпочтение между которыми имеющимися средствами установить не удастся. Таким образом, третий этап включает как повторную факторизацию полученных фактор-множеств, так и введение отношения порядка на полученном «вторичном» фактор-множестве.

Последний этап означает введение отношения линейного порядка на классе фактор-множеств оцениваемых альтернатив (качеств).

Формально указанные выше условия могут быть выражены путем введения отношения предпорядка на множестве оцениваемых альтернатив. Такое отношение рефлексивно и транзитивно. При этом для любых двух объектов  $x, y$  этого класса  $x \sim y$  ( $x$  эквивалентно  $y$ ) тогда и только тогда, когда невозможно установить одно из неравенств  $x < y$  или  $x > y$ , в этом случае будем считать, что альтернативы связаны отношением  $\approx$ , т.е.  $x \approx y$ .

Положим, для любых объектов  $x, y$  исходного множества  $A$  обязательно выполнение одного из условий:

- (1)  $x < y$ ,
- (2)  $x > y$ ,
- (3)  $x \approx y$ .

При этом условие (3) считается выполненным для объектов предпочтение, одного из которых другому невозможно оценить имеющимися средствами оценки в следствии факторов неопределенности и нечеткости и, одновременно, служит отношением эквивалентности на исходном множестве объектов. Для выделяемых при этом классов эквивалентности  $[x]$  и  $[y]$  как элементов фактор — множества  $A/\sim$  установим:

$$(4) [x] < [y] \Leftrightarrow x < y$$

Полученное отношение будет отношением порядка, а в следствии принятых условий (1), (2), (3) и отношением линейного порядка на фактор-множестве  $A/\sim$ .

В принятой здесь атрибутивной модели состояние объекта управления может рассматриваться как общее понятие, т.е. описывается семейством «свойств», которыми обладает объект управления. При этом, класс состояний объекта управления, отвечающих этому описанию, задается классом

$K = \{x \mid F(x)\}$ , где  $x$  - объект или ситуация из определенного семейства ситуаций,  $F$  - свойство, Запись  $F(x)$  означает, что объект  $x$  обладает свойством  $F$ .

Как правило ситуация управления характеризуется совокупностью свойств  $F_1, F_2, \dots, F_n$ , тогда можно рассматривать новое свойство  $F = F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$ , т.е. свойство являющееся конъюнкцией свойств  $F_1, F_2, \dots, F_n$ . Тогда запись  $F(x)$  представляет высказывательную форму «предмет  $x$  обладает каждым из свойств  $F_1, F_2, \dots, F_n$ », где в качестве  $x$  может рассматриваться ситуация управления.

Модель конкретной ситуации управления есть просто имя этой ситуации, как мы его понимаем при моделировании, это имя является с точки зрения логики единичным понятием. Для эффективного моделирования широкого спектра ситуаций управления теория должна строиться таким образом, чтобы от описания максимально широкого класса ситуаций можно было «спуститься» к описанию конкретной ситуации, учитывая, если это необходимо ее индивидуальные особенности.

Оценка ситуации на основе ее описания с помощью системы наиболее важных признаков. Последующее разбиение ситуаций на основе этого описания на классы, по принадлежности которым определяется управленческое решение (управляющее воздействие) [2].

1. Стратификация ситуаций.
2. Многокритериальная оценка ситуаций (МК-ранжировка).
3. Классификационная модель принятия управленческого решения.

Частым случаем использования такой модели в задачах принятия управленческих решений может служить использование классификационного алгоритма вывода в задаче оценки и выбора инновационного проекта [5].

Таким образом, для описания базовой модели оценки целесообразно использовать язык, аналогичный языку теории множеств.

Рассматриваемый язык который будем, следуя [4], называть *языком классификации*, содержит один сорт переменных  $x, y, z, \dots$ , которые рассматриваются как пробегающие классы- совокупности альтернатив, описываемых теми или иными наборами свойств. Язык включает так же предикатные символы  $F, G, \dots$ , которые интерпретируются как свойства, которыми обладают альтернативы.

Термы и формулы теории определяются следующими правилами:

1. переменная есть терм;
2. если  $x$  – переменная, а  $F$ - предикатный символ, то  $F(x)$ - атомарная формула;
3. если  $x$  – переменная, а  $F$ - предикатный символ, то  $\{x \mid F(x)\}$ -терм.
4. если  $t$  и  $r$  есть термы, то  $(t \in r)$  – формула
5. Если  $\varphi, \psi$  -формулы, то  $\varphi \vee \psi, \varphi \wedge \psi, \varphi \rightarrow \psi, \neg \varphi$  -формулы.

В работе [8] описан подход к формализованному описанию пространства качеств и пространства свойств в задачах квалиметрии и управления качеством. Описание ситуации управления в разрабатываемом языке с помощью одноместных предикатов позволяет обобщить этот подход к описанию альтернатив в более широкой постановке. При этом свойства, которыми описывается ситуация управления, будем рассматривать как *простые*, т.е. такие которые не описываются с помощью других свойств и *составные* – являющиеся конъюнкцией других свойств.

Класс предикатов рассматриваемого языка, при этом, образует алгебру, системой образующих которой (базисом) служит класс простых свойств.

Среди всех выражений языка классификации выделим те, которые интерпретируются семантически как свойства альтернатив.

Класс ситуаций управления вводится следующим определением.

Определение 1.

Множеством  $U$  ситуаций управления называется наименьшее из множеств выражений метаязыка классификации, такое что:

- а) любое простое свойство  $F$  является элементом этого множества;
- б) для любых  $G_1, G_2$  из  $U$ ,  $G_1 \wedge G_2$  и  $G_1 \vee G_2$  также являются элементами  $U$ ,

где  $G_1 \wedge G_2$  и  $G_1 \vee G_2$  в соответствии с 1)-5) являются формулами языка классификации.

Далее, следуя определениями, принятыми в работе [6], "качеством" именуется класс имен ситуаций управления, описываемых одинаковой совокупностью свойств.

Существование непустого множества, отвечающего приведенному определению, вытекает из существования непустого множества  $W$  свойств. "Наименьшее" здесь понимается как наименьший элемент упорядоченной по включению совокупности множеств. Таким образом,  $U$  является пересечением множеств, отвечающих свойствам а) и б) определения 1.

Определение 2.

Класс ситуаций управления  $U$  называется "конъюнктивным"  $\Leftrightarrow U$  наименьшее множество выражений метаязыка классификации такое, что:

- а) любое свойство  $w$  принадлежит  $U$ ;
- б) для любых  $G_1, G_2$  из  $U$ ,  $G_1 \wedge G_2$  также является элементом  $U$ .

Множество  $U$  качеств делается алгеброй предикатов (ситуаций управления), перенумерованной множеством  $N$ , если определить операцию  $C_n(G_1, G_2, \dots, G_n)$  ранга  $n$  как конъюнкцию выражений  $G_1, G_2, \dots, G_n$  (имен ситуаций управления).

$U$  - свободная алгебра с базисом  $W$ .

Определение 3.

Будем говорить, что свойство  $F$  является следствием свойства  $G$ , ( $G \Rightarrow F$ ), если выполняется следующее условие:

Пусть  $G = C_n(G_1, G_2, \dots, G_n)$ , тогда существует совокупность  $(G_{i1}, G_{i2}, \dots, G_{im})$  элементов из  $(G_1, G_2, \dots, G_n)$  такая, что  $F = C_m(G_{i1}, G_{i2}, \dots, G_{im})$ .

Введенная таким образом является алгеброй выражений языка классификации. Как уже отмечалось в объектной области каждому предикату (свойству)  $F$  отвечает класс  $\{x \mid F(x)\}$  объектов, обладающих свойством  $F$ .

Пусть свойствам  $F$  и  $G$  соответствуют классы  $M$  и  $K$ , т.е.  $K = \{x \mid F(x)\}$ ,  $M = \{x \mid G(x)\}$ , тогда:

1.  $x \in M \cap K \Leftrightarrow x \in \{x \mid F(x) \wedge G(x)\}$ .
2.  $x \in M \cup K \Leftrightarrow x \in \{x \mid F(x) \vee G(x)\}$ .
3.  $M \subseteq K \Leftrightarrow F(x) \Rightarrow G(x)$ .

### 3 Описание эталонных классов

Пусть  $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$  пространство признаков, определяющих состояние объекта управления (ситуацию управления), каждая точка этого пространства - ситуация управления, причем в общем случае значения признаков могут носить как числовой, так и вербальный характер. Ситуация управления описывается кортежем  $\langle x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \rangle$ , который является множеством как упорядоченная  $n$ -ка. Здесь  $x_1^0 \in X_1, x_2^0 \in X_2, \dots, x_n^0 \in X_n$ .

Будем считать, что управляющее воздействие *полностью* определяется ситуацией управления (при этом если есть другие факторы, влияющие на выбор управляющего решения, например, *ресурсы управления, особенности системы управления и т.д.*), то они могут быть введены как через расширение размерности пространства признаков.

Если  $R = \{r_i\}_{i \in n}$  - множество управленческих решений ( $i=1, n$ ), то в существующем предположении имеется отображение (сюръекция)  $f: \langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle \rightarrow R$ . Введем отношение  $\approx$  такое, что  $\langle x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \rangle \approx \langle x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1 \rangle$

$\Leftrightarrow f(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1) = f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ , тогда отношение  $\approx$ -отношение эквивалентности. Образует фактор-множество вида:  $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle \mid_{\approx}$  элементы которого  $\langle x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \rangle = \{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \mid \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \approx \langle x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0 \rangle \} \in \langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$ . Элементы построенного фактор-множества будем называть эталонными классами пространства  $\langle X_1, X_2, \dots, X_n \rangle$  относительно отношения эквивалентности  $\approx$ .

Пусть множество  $\{\mathcal{E}_i\}$  - совокупность эталонных классов, а  $\{R_j\}$  - совокупность управленческих решений, тогда на первом этапе формирования классификационной модели принятия управленческого решения решается задача сопоставления каждому эталонному классу некоторого управленческого решения, т.е. устанавливается отображение

$$h: \{\mathcal{E}_i\} \rightarrow \{R_j\}$$

От отображения, в общем случае требуется лишь, что бы оно было сюръективным. Возможны ситуации, в которых оно не будет даже однозначным, т.е. не будет функциональным.

Если класс управленческих решений содержит небольшое количество альтернатив, то приведенное отображение может быть получено, например, на основе использования экспертных технологий и классификационного алгоритма вывода [5].

### Заключение

Моделирование процессов принятия решения при управлении сложными системами сталкивается со сложностями, связанными с разнообразием и сложностью объектов управления.

Применение тех или иных специальных методов описания всех этапов технологии принятия управленческих решений зависит от природы объекта управления. Эффективность моделирования процессов принятия решений связана с разработкой единой теоретической базы, позволяющей, в частности, переходить от обобщенного описания к выбору специальных языков описания технологии принятия управленческих решений, учитывающим природу объекта управления, наличие неопределенности в описании его состояния и т.д.

### **Литература**

1. *А.И. Субетто*. Введение в квалиметрию высшей школы. М.1991.
2. *А.И.Субетто, А.В.Титов*. Ситуационный подход к применению методов специальных квалиметрий в системах мониторинга качества образования на различных уровнях. Труды восьмого симпозиума “Квалиметрия человека и образования.-М.: ИЦ, 1999.
3. *Б.Г.Литвак*. Экспертные оценки и принятие решений. — М.: Патент, 1996. —271 с.
4. *А.И.Субетто*. Метаклассификация как наука о механизмах и закономерностях классифицирования. - С-Петербург - Москва.: ИЦ, 1994.- 254 с.
5. *В.П.Майборода, А.В.Титов, А.А.Харин*. Классификационный алгоритм вывода в технологиях оценки и выбора инновационных проектов. «Инновации», № 1. М. 2004
6. *А.В.Титов*. Алгебраические и топологические свойства пространства качеств. Труды девятого симпозиума «Квалиметрия человека и образования: методология и практика».- Москва. 2000.