

## МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕСНОЙ РЕКУЛЬТИВАЦИЕЙ

**Чернышенко С.В.**

*Московский государственный областной университет*

*svc-svc@inbox.ru*

*Аннотация: В работе рассмотрены вопросы математического моделирования и оптимального управления процессом лесной рекультивации. Используются дифференциальные модели, проведено тестовое численное решение задачи. Критерий оптимальности учитывает экономические аспекты процесса, а также скорость достижения некоего заданного уровня рекультивации.*

Ключевые слова: оптимальное управление, лесная рекультивация, математическое моделирование.

### **Введение**

Работа посвящена применению математических и информационных методов к проблеме восстановления лесных экосистем, нарушенных в результате человеческой деятельности. Рассматривается оптимальное планирование этой деятельности на основе теории оптимального управления. В соответствии с доминирующими подходами [1, 2], оптимизация моделей проводится на основе экономических критериев, в то время как сами они описывают развитие насаждений на основе биологических соображений. Используются линейные и нелинейные модели развития экосистем, в частности, модели вольтеррового типа. Модели учитывают такие экологические характеристики и эффекты как возрастная структура насаждений, внутри- и межвидовая конкуренция и др.

## 1 Постановка задач об оптимизации процесса рекультивации

Рассмотрим общую постановку задачи. Проблема рассматривается как относящаяся к сфере «техногенной биогеоценологии» [3]. Для выбора моделей и их параметров используется теория экосистемной динамики, как часть теории нелинейных процессов. Рассматриваются два вида лесовосстановительной деятельности: насаждение и мелиорация. Критерий качества рассматривается в виде [4]:

$$(1) \quad I[u, v, x] = \int_{t_0}^T (\alpha_1^{(u)}(t)u(t) + \alpha_2^{(u)}(t)u^2(t) + \alpha_1^{(v)}(t)v(t) + \alpha_2^{(v)}(t)v^2(t) + \alpha^{(x)}(t)x(t)) dt$$

где  $v(t)$  и  $u(t)$  – интенсивность насаждений и мелиорации соответственно. Формула (1) задает оценку расходов на рекультивацию за промежуток времени  $T$ . Фактически, она включает в себя несколько взвешенных критериев, оценивающих затраты, поскольку многокритериальность характерна для рассматриваемого процесса [5]. Кроме затрат на новые насаждения и мелиорацию, которые аппроксимируются параболой, учитываются также расходы на поддержание существующих насаждений.

Рассмотрены следующие критерии качества задачи оптимального управления: минимальные затраты, предельная скорость, максимальная устойчивость. Первая постановка – перевод системы в определенное состояние с минимальными затратами; для второй необходимо достичь определенного состояния за минимально возможное время при ограничениях на затраты. Задача об оптимальной устойчивости может две постановки: обеспечить максимальную устойчивость при ограничениях на затраты и минимизировать расходы при фиксированных требованиях к устойчивости. Уровень устойчивости оценивается по максимальному значению среди действительных частей собственных значений якобиана в точке равновесия.

## 2 Линейные модели оптимизации

Для решения задачи оптимизации при линейной модели динамики экосистемы [6] предложен общий метод, основанный на использовании метода проблемы моментов Н. Красовского [7]. Проблемы минимальных затрат и оптимального быстрогодействия решены для случаев лесопосадок и мелиорации в отдельности, а также для случая одновременного восстановления нескольких биогеоценозов [8]. Хотя рассматриваются линейные дифференциальные модели, критерий (1) является нелинейным, и задача управления обладает некоторыми нелинейными свойствами. При рекультивации путем лесопосадок показано, что основные затраты на лесопосадку и внедрение новых видов должны иметь место в начале процесса (решением является убывающая экспоненциальная функция). Задача о быстрогодействии сводится к решению сложного одномерного уравнения, корень которого удается найти численно с помощью специально построенного алгоритма на основе метода бисекции.

## 3 Оптимизация процесса рекультивации с учетом возрастной структуры насаждений и их жизнестойкости

Восстановление лесов рассматривается как «процесс обучения» [9]. «Самообучение» исполнителей рекультивации состоит в накоплении опыта относительно жизнеспособности различных видов растений, а также относительно путей использования этой информации при дальнейших рекультивационных работах. Была использована аналогия процесса с некоторыми процессами в области инженерии [7]. Выявлена особая важность анализа качества посадочного материала. Разработана новая модель рекультивации, учитывающая возрастную структуру насаждений и "эффект обучения". Это система интегро-дифференциальных уравнений:

$$(2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial \tau} &= (u(t) - S(\tau) - D(t, \tau))x \\ x(t_0, \tau) &= x_0(\tau), \quad \tau \in [0, \Theta], \quad x(t, 0) = v(t), \\ \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial D}{\partial \tau} &= D^2 - \left[ P(\tau) - \frac{1}{P(\tau)} \frac{dP}{dt}(\tau) \right] D \\ D(t_0, \tau) &= D_0(\tau), \quad \tau \in [0, \Theta], \quad D(t, 0) = w(t) \end{aligned}$$

$$\frac{dw}{dt} = -\alpha(t) \int_0^{\Theta} D(t, \tau) x(t, \tau) d\tau + U(t), \quad w(t_0) = w_0$$

где  $x(t, \tau)$  - плотность особей возраста  $\tau$ ,  $D(t, \tau)$  - коэффициент их смертности, а  $w(t)$  - коэффициент смертности новых насаждений. Модель (2) при ряде предположений может быть преобразована к гораздо более простому линейному интегро-дифференциальному уравнению. Для упрощенной модели решены задачи о минимальных затратах и предельному быстродействию. Кроме того, решена задача о планировании лесовосстановительных работ для случая, когда имеются требования к плотности насаждений в каждый момент времени для всего периода рекультивации:

$$(3) \quad X(t) = \int_0^{\Theta} x(t, \tau) d\tau,$$

где  $X(t)$  - требуемая плотность в момент  $t$ . Использование формулы (3) позволяет, при ряде дополнительных предположениях, значительно упростить модель (2).

#### 4 Нелинейные задачи оптимизации процесса лесной рекультивации

Кроме линейных и сводящимся к линейным задач оптимального управления, были рассмотрены также более общие нелинейные постановки. Так, были использованы более точные, чем стандартные, нелинейные модели развития насаждений, основанные на логистическом уравнении и уравнении развития во враждебной среде. Несколькими численными методами был решен ряд задач нелинейного оптимального управления плотностью лесопосадок. Отдельной нелинейной задачей является задача управления при одновременной оптимизации процессов мелиорации существующих насаждений и лесопосадки. Были использованы различные подходы к решению нелинейных задач, основными из которых являются: сведение к задаче параметрической оптимизации, когда постулируется оптимальная форма изменения интенсивности рекультивации во времени; построение общего квазилинейного приближения; и пошаговая линеаризация. Поскольку, в конечном итоге, проблема сводится к решению многомерных систем нелинейных систем, используются специальные модификации Ньютона-Канторовича

Рис. 1 содержит сравнение результатов, полученных разными численными методами. Используя параметры модели, соответствующие одному из случаев рекультивации, были использованы различные методы решения полученной нелинейной задачи. Кривая 1 соответствует методу параметрической оптимизации; кривая 2 - использованию квазилинейного приближения; кривая 3 - методу пошаговой линеаризации.

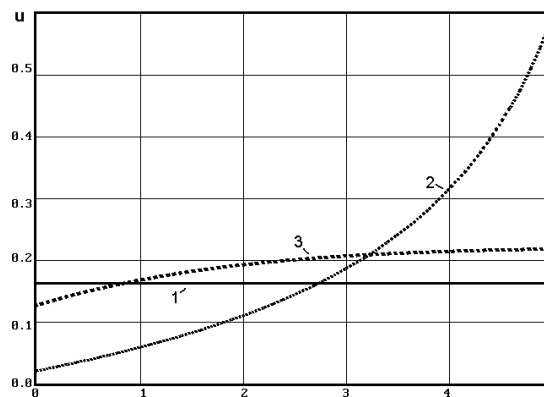


Рис. 1. Оптимальная интенсивность лесоустроительных, полученная при использовании различных методов решения задач управления

Строго говоря, во всех трех случаях нельзя говорить о нахождении оптимального решения для задачи в исходной постановке. В первых двух случаях задача заведомо видоизменялась с тем, чтобы ее решение могло быть получено с использованием соответствующего метода. В третьем случае можно надеяться, что полученное решение соответствует поставленной вначале задаче, но это не очевидно. Необходимо доказывать сходимость метода; и сходиться он может не к глобальному минимуму. Качество полученных решений естественно оценить их непосредственной постановкой

в критерий оптимальности (1). Как и следовало ожидать, наилучшее решение получается методом пошаговой линеаризации.

Предложенный набор моделей и методов решения задач оптимального управления. может быть рассмотрен как достаточно универсальный инструмент, пригодный для широкого круга проблем рекультивации. Разработка такого рода инструментов считается актуальной задачей [10].

## Литература

1. *Castelli K.R., Barreto M.G., Francesconi W.* Analysis of effectiveness of three forest interventionist techniques and proposal of a new and integrated model of forest restoration // *Environmental Technology*. – 2015. V. 36, № 21. – P. 2712-2723.
2. 10.1080/09593330.2018.1511111. *Mueller J.M., Springer A.E., Lima R.E.* Willingness to pay for forest restoration as a function of proximity and viewshed // *Landscape and Urban Planning*. – 2018. V. 175. – P. 23-33.10.1016/j.landurbp
3. *Травлев А.П.* Научные основы техногенной биогеоценологии // *Биогеоценологические исследования лесов техногенных ландшафтов степной зоны*. – Днепропетровск, 1989. – С. 4-9.
4. *Чернышенко С.В.* Задачи оптимального управления процессами лесной рекультивации нарушенных земель // *Экология и ноосферология*. – 2003, Т.13, № 1–2. – С. 136–150.
5. *Fraser H., Rumpff L., Yen J.D.L.* Integrated models to support multiobjective ecological restoration decisions // *Conservation Biology*. – 2017. V. 31, № 6. – P. 1418-1427.10.1111/cobi.12939
6. *Чернышенко С.В.* Оптимальное управление численностью популяций при ограниченных ресурсах // *Актуальные проблемы ЭВМ и программирования*. – Днепропетровск, 1980. – С. 132–136.
7. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
8. *Чернышенко С.В.* Оптимизация процесса рекультивации в случае нескольких искусственных биогеоценозов // *Вопросы степного лесоведения и лесной рекультивации земель*. – Днепропетровск, 2003. – С. 236–251.
9. *Acorn A.G.* Alternative learning curves for cost estimating // *Aeronautical J.* – 1981, № 844. – P. 194-205.
10. *Christin Z.L., Bagstad K.J., Verdone M.A.* A decision framework for identifying models to estimate forest ecosystem services gains from restoration // *Forest Ecosystems*. – 2016. V. 3, № 3. 10.1186/s40663-016-0062