

ПАРАДИГМА УПРАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ БИОСФЕРЫ

Гадасин В.А., Гадасин Д. В.

МТУСИ

dengadiplom@mail.ru

Аннотация. Нечеткость 1D – четкость 2D биосферы построена на трех кластерах неразделимости 3D непрерывности–дискретности. Анализируется гипотеза «Минимальным событием эклектизма 1D является цифровая 2D информация 3D». Для замкнутости виртуальной биосферы как нечеткого базиса неизбежна четвертая сущность — замкнутость 4D, имманентная логика четкости. Для управления необходима пятая 5D субстанция — отбор, интеллект. Предложена парадигма (модель) управления, основанная на топологии Римана.

Преамбула — эклектизм порядка (власти, управления) и неразделимость четкости в среде нечеткости.

П.1. В основу исследования положена парадигма *неразделимости* нечеткости – четкости, вытекающая из формально–логического парадокса — формальная несовместность *однозначности* реального базиса (природа, законы, «толпа», нечеткость) и многозначности *виртуального* отображения (законы, управление, общество, четкость). «Парадигма — ... Исходная концептуальная схема, модель постановки проблем и их решения, методов исследования, господствующих в течение определенного исторического периода в научном сообществе», [1]. «Виртуальный — возможный, могущий проявиться; который должен проявиться. ... термин означает «*мнимый, несуществующий*», [1].

Прежде всего, надо обозначить ограничения (как правило, неформальные) предметной области парадигмы. «Предметная область — *множество* всех предметов, *свойства* которых и *отношения*, между которыми рассматриваются в научной теории. В логике — подразумеваемая область возможных значений предметных переменных логического языка», [1]. В тексте работы в квадратных скобках дается вербальный ряд *авторских* ключевых понятий, уточняющих *атрибуты* предметной области *нечеткости* [~ неподвижные точки (НТ) ~ аналогии ~ гомотетии ~ метаморфозы]; «~» — знак эквивалентности. Чтобы исключить разные трактовки определений, все дефиниции берутся из единого источника «Советского энциклопедического словаря» (СЭС) [1], массовый тираж (≈ 5 млн.).

Определение нечеткости не существует, но ее атрибуты [~ неотъемлемое свойство] имеются (например, многозначность); так или иначе, приходим к эклектизму четкости доводов и мотивов. «Эклектизм (эклектика) (от греч. *eklektikos* — выбирающий) — *механическое соединение* разнородных, часто *противоположных принципов*, взглядов, теорий, художественных элементов и т.п.; в ... искусстве *сочетания разнородных* стилевых элементов или произвольный выбор стилистического оформления для ... изделий, имеющих *качественно иные* смысл и назначение ...», [1].

П.2. Неожиданное утверждение — «Минимальным событием эклектизма является цифровая информация», в чем легко убедиться по атрибутам реального понятия — диада *противоположных* принципов («+1» и «-1»), *сочетающихся* непрерывностью в пространстве и во времени для *качественно разных* изделий и предметов. Таким образом, эклектика, вопреки доминирующему предубеждению адептов логики [~ «отличников»], имеет всеобщее значение в науке. Применяя дефиницию эклектизма в разнообразных предметных областях, придем к гипотезе обобщения в виде аксиоматики нечеткости–четкости.

Известная теорема Браура утверждает — «Если некоторое отображение T непрерывно переводит отрезок в себя, т.е. каждой точке p отрезка ставит в соответствие $T(p)$ того же отрезка, причем $T(q)$ можно сделать сколь угодно близкой к $T(p)$, взяв q достаточно близкой к p , то существует по крайней мере одна точка p_0 , остающаяся *неподвижной*: $T(p_0) = p_0$ ». Отсюда

правдоподобно утверждение «Независимое виртуальное ограничение [~ неотъемлемое свойство четкости] приводит к неподвижной точке эклектизма природы». Неподвижные точки в комбинаторной топологии свидетельствуют о существовании стационарного решения — четкости явлений [~ частица ~ предмет ~ число] и отношений [~ функция ~ операция ~ группа].

П.3. Выдающийся ученый Анри Пуанкаре, физик, математик и философ, заметил в книге «Наука и метод» — «...существование умов двух типов: логиков, как Вейерштрасс, и интуитивистов, как Риман. ... Одни любят разрабатывать задачи, как они выражаются, «путем анализа», другие — «путем геометрии». ... Мы имеем такие определения, которые стараются выznать у нас образ, и такие, которые ... по своей абстрактности лишены всякого материального содержания», [2, с.354].

«Риман Бернхард — немецкий математик. Положил начало *геометрическому* направлению в теории *аналитических функций*. Работы по алгебраическим функциям, аналитической теории дифференциальных уравнений, распределению простых чисел, тригонометрическим рядам и теории интеграла. Выдвинул ряд основных идей топологии. Рассматривал *геометрию* как учение о *непрерывных совокупности* любых *однородных* объектов. ...», [1].

Тот или иной математический объект неявно классифицирован свойствами, сохраняющимися при произвольных гладких («непрерывных») отображениях — подобности, растяжениях, сжатиях отдельных «частей» объекта (топология Римана). Например, тор подобен чашке с ручкой, город есть многоугольник улиц, общество отображается как кадры фильма «Наследование» — воспроизводится как меняющийся многогранник с гранями [~ «толпа» ~ поверхность ~ непрерывность], вершинами [кланы ~ дискретность ~ устойчивость ~ поколения дискретных точек] и ребрами [~ отношения кланов элементов ~ консенсус]. Если в выпуклом многограннике обозначить количество граней F , вершин N , ребер K , то справедлива формула Эйлера — $F+N = K+2$. Знак два — это атрибут единства, эклектизма, непознаваемости, разума конкретного исследователя.

Поразительно, как *нечеткость* [~ непрерывность ~ многозначность ~ философия] связана с (квartetом) *четкости* [~ замкнутость ~ разум ~ относительность ~ триада многогранника]. По замечанию [3] академика А.Д. Александрова (1912—99) (труды по геометрии и ее приложениям, основаниям теории относительности и философии естествознания) все действительно великие *математики* были в то же время и *философами*—мыслителями. К таким математикам он относит Пифагора, Декарта, Лейбница, Ньютона, Лобачевского, Римана, Брауэра, Гильберта, Пуанкаре. Эклектизм сочетания четкости [~ математика] и нечеткости [~ философия] в науке перспективен.

П.4. Анри Пуанкаре, основатель конвенционализма, заявлял [2, с. 292] — «... мы должны сосредоточить свое внимание главным образом не столько на *сходствах* и *различиях*, сколько на тех *аналогиях*, которые часто скрываются в кажущихся различиях. Отдельные правила кажутся вначале совершенно расходящимися, но, присматриваясь к ним поближе, мы обыкновенно убеждаемся, что они имеют сходство. ... мы увидим, как они разрастаются на наших глазах, стремясь охватить все. Это именно и составляет ценность многих фактов, которые заполняя собой одни комплексы, оказываются в то же время верными изображениями других известных нам комплексов».

И еще [2, с.301] — «Ведь наша наука [~ *математика* ~ четкость] одновременно граничит и с *физикой* и *философией*; для этих двух наших соседей мы и работаем. ... математике приходится размышлять о себе самой, а это полезно, так как, размышляя о себе, она тем самым размышляет о человеческом уме, ... Чем более эти размышления уклоняются от *наиболее общепринятых представлений*, ... тем яснее они показывают нам, на что способен человеческий ум, когда он постепенно освобождается от тирании внешнего мира ...».

«Конвенционализм — субъективно-идеалистическое направление в философском истолковании науки, согласно которому в основе математики и естественно-научных теорий лежат *произвольные* соглашения (условности, определения, конвенции между учеными). ... Элементы конвенционализма характерны для неопозитивизма, операционализма, прагматизма». «Операционализм — направление в философии науки, соединяющее принципы логического позитивизма и прагматизма; сводит содержание понятий к различного рода операциям, например, *время* и *пространство* — к операциям *измерения*. Для операционализма характерно субъективистское истолкование «опыта» (совокупности операций) как единственной реальности ...», [1]. *функция*

П.5. «Биосфера — область активной жизни, охватывающей нижнюю часть атмосферы, гидросферу и верхнюю часть литосферы. В биосфере живые организмы (*живое* вещество) и среда их обитания [~ *неживое*] органически связаны [~ *замкнутость*] и взаимодействуют друг с другом

[~ аргументы ~ информация ~ операции], образуя целостную динамическую систему [~ единство]. ... Учение о биосфере ..., в которой совокупная деятельность живых организмов ... проявляется как ... фактор планетарного масштаба ..., создано В.И. Вернадским (1926)», [1]. Обращаем внимание на квинтет ключевых слов [~ субъективность исследователей] в вербальном определении биосферы.

В дискретной математике четкость биосферы можно интерпретировать как замкнутое (в том или ином отношении) множество — «... точечное множество, содержащее все свои предельные точки, конечное множество замкнуто. Предельная точка точечного множества A — такая точка ξ содержащего A метрического пространства, сколь угодно близко от которой имеются отличные от ξ точки множества A », [4]. С позиций четкости [~ однородной дискретности ~ натуральных чисел ~ алгебраических полей] основа любой проблемы представляется в замкнутой «топологии Римана» триадой, отображающей несовместимыми «сферы» непрерывностей — «внутри» тела + реальная граница предмета (многогранник) + среда, «вне объекта».

Формально в четкости (математика) неразличимы два предложения, вытекающие из замены начала координат — «собака виляет хвостом» или «хвост виляет собакой» (аналогия — гелиоцентрическая система Коперника и геоцентрическая Птолемея). Не играет роли обозначение аргументов и обратимой [~ однородность] функции, но исполняют неоценимую роль третья сущность «влияет» [~ симбиоз ~ консенсус ~ НТ], сплывающая неразделимость двух полярных понятий. Биосфера, как неподвижная точка, выступает как временный центр «равновесия» неформальных нечетких ограничений. В предметной области проблемы нечеткость [~ непрерывность ~ среда ~ «собака» ~ 1D] и четкость [~ дискретность ~ точка ~ «хвост» ~ 2D] неразделимы [~ консенсус ~ перманентность ~ биосфера ~ 3D]

Здесь обозначения αD ($\alpha=1\div 5$, *Dimension* — измерение, величина) характеризует размерность состояний точечной парадигмы (~ модель ~ интуитивные образы) нечеткой системы мощностью N элементов, от самых «маленьких» 1D (~ $N\div N^k$) до мега- (~ $2^N\div e^N$) и тера- (~ $N!\div N^N$) систем 5D.

П.6. В процессе работы сложилось представление о биосфере как *единство трех непрерывностей*, бесконечностей. И то, и другое понятие, формально, не имеют начала и конца, а тут триада сразу, это — удивительно. Интуитивно можно вообразить нечто аналогичное космической станции с экипажем, шару, находящемуся в вакууме, прикрепленному к трансцендентному наблюдателю [5]. Наблюдатель олицетворяет абстрактную личность «Я», воплощенный в *homo sapiens* — человек как разумное существо. Шар — биосфера [~ слабо связанная среда ~ система обитания личностей ~ общество]; внутренности шара — неживые элементы [~ частицы ~ минералы ~ атомы ~ кварки]; среда, в котором находится шар — космос (вакуум) [~ живая Вселенная ~ «толпа» звезд ~ гравитация ~ волны ~ изменение].

В эклектике стандартный переход: от части 1D к целому 5D — от точки к линии ~ 1D; ... к плоскости ~ 2D, ... к биосфере ~ 3D, ... к имманентному разуму ~ 4D, ... к трансцендентной природе ~ 5D. «Имманентный (от лат. *immanens*, пребывающий в чем-либо, свойственный чему-либо) — нечто внутренне присущее какому-либо предмету, явлению, процессу. Противоположность — трансцендентный». «Имманентная философия — субъективно - идеалистическое направление ..., утверждающее, что познаваемая реальность находится в сфере сознания [~ разум], то есть имманентна ему. ...», [1].

«Трансцендентный — запредельный по отношению к какой-либо определенной сфере, к миру в целом; противоположность имманентного (внутренне присущий какому-либо явлению) ... В философии Канта — выходящее за пределы возможного опыта («мира явлений») и недоступное теоретическому познанию [~ агностицизм] ...», [1]. Триада природы, биосферы как части природы, наблюдателя как компонента природы — «Время [~ 1D ~ общее ~ порядок ~ «границы»] + Пространство [~ 2D ~ соответствие ~ отношение ~ хаос ~ «ребра»] + Объект [~ 3D ~ единство ~ неподвижные точки ~ «вершины»].

П.7. Четвертая составляющая биосферы представляет собой отношение замкнутости, разума, реализуемое в измеримых [~ имманентных] компонентах — неживое тело, живая протоплазма (от *proto*, первый, и греч. *plasma*, оформленное), «язык» взаимодействия элементов [~ имманентность ~ дискретность ~ соответствие ~ алгоритм). «Гомо (гр. *homos* — равный, одинаковый; взаимный, общий) — первая составная часть сложных слов, обозначающая: «сходный», «равный» ... «Гомоморфизм — понятие современной математики, обобщающее понятие изоморфизма [~ порядок]. ... такое соответствие (отношение) между объектами двух множеств, при котором одно множество есть «модель» другого», [1].

Гомоморфизм и замкнутость явления, события, развития тесно связаны, они тождественны по структуре. «Структура [\sim упорядоченность] — совокупность устойчивых связей объекта [\sim неподвижных точек (НТ)], обеспечивающих его целостность и тождественность самому себе, т.е. сохранение основных свойств при различных внешних и внутренних изменениях [\sim среды]», [1].

Парадигма аксиоматики нечеткости базируется на гомоморфизме конкретной личности — на замене непрерывности дискретностью, означающая с вероятностью меры единица [\sim «все смертно»] купюру точек бифуркации (от лат. *bifurcus* — раздвоенный) с вероятностью «меры ноль» [\sim рождение \sim случайность \sim от N к $N+1$ \sim «большой взрыв»]. Вероятность — это четкое, имманентное понятие, она выражается *числом*, в то время как случайность — трансцендентная дефиниция нечеткости, она является *знаком*.

П.8. «Пятый элемент» (аллюзия фильма) — «единство» воспроизводит эклектизм биосферы. «Единое — центральное понятие неоплатонизма, трансцендентное безличное первоначало, превышающее все сущего и все мыслимое и предшествующее ему ...», [1]. Реализация единства совершается только и только в *мыслях конкретной личности* [\sim «Я» \sim интеллект \sim субъективизм \sim конформизм \sim диссиденты \sim власть]. У другого лица парадигма (модель, фильм, единство) может быть в корне несхожа, хотя «собрана» из тех же элементов.

Ограничиваясь только позицией здравого смысла и не вдаваясь в философские тонкости, необъяснимо, как столько выдающихся деятелей науки и искусства занимают «взаимно неприемлемые позиции» в вопросе понимания «первоосновы, сущности всех вещей и явлений». Уместно вспомнить, что это не рядовые люди — мировая элита. Рассуждая правдоподобно, приходим к выводу, что различные теории в науке не исключают друг друга, не взаимно противостоят, что субстанциональные переменные просто очерчивают явления с разных сторон. Первоочередность взглядов не определена, любое уточнение может оказаться решающим — эклектика равенства «мозгового штурма».

Нобелевский лауреат (2003), академик Виталий Гинзбург отмечал [6, с. 513, 515] — «Термин «интуитивное суждение» представляется очень удачным в применении к высказываниям и утверждениям, которые нельзя ни доказать, ни опровергнуть. В таких случаях чаще всего говорят о «вере» (например, «верю в то, что удастся получить»). ... Вера в Бога — это интуитивное суждение, но принципиально отлично от интуитивного суждения в науке. Методология и философия науки у нас в России сейчас не в почете. ... В условиях идеологической свободы внимание к этим вопросам необходимо у нас возродить».

П.9. В математике есть известная теорема о вычетах. «Если функция $f(z)$ однозначна и аналитична во всей комплексной *плоскости*, за исключением только изолированных особых точек (необходимо конечного числа), то сумма всех ее вычетов (включая вычет $\text{Res } f(\infty)$) равна нулю». Поэтому замена переменных [\sim неподвижных точек виртуальности] правомерна только к явлениям природы, удовлетворяющих *субъективным* ограничениям «периодичности», *однородности* в двух размерной поверхности. По сути, теорема является определением неподвижных точек (НТ) в биосфере — управления «толпой» объектов.

Максима развития — «Если есть хотя бы одно исключение природы [\sim неподвижная точка, НТ], то есть и вторая, ..., то есть и конечное множество N ». В многограннике *относительная истина* выражается квинтетом четкости: триада постоянства [\sim грани \sim плоскость в трехмерном пространстве XYZ] и два отношения — постоянство [\sim вершины \sim неподвижные точки] и подобие, гомотетия [\sim ребра \sim функция \sim группы]. В рамках абстракции четкость [\sim математика] и нечеткость [\sim философия] имеют отображение в *пятимерном* множестве неразличимости бытия [\sim физика].

Сам по себе *атрибут* нечеткости виртуальный, всегда выражается конечным числом знаков алфавита исчисления, поэтому он постоянный, *четкий*. Но его интерпретация конкретным субъектом может быть как «верным», так и «ошибочным», все зависит от *мощности* неформальной предметной области. («Стоящие часы один раз в сутки показывают точное время»). В силу трансцендентности общего (нечеткости), его «четкие» атрибуты ошибочны «почти всегда», за исключением предметной области «меры ноль». Замкнутость познания проблемы есть понятие, зависящее от триады атрибутов субъективности — «Предметная область [\sim 3D сведения \sim атрибуты \sim информация базиса $1D \div 3D$] + Исполнитель [\sim 4D разум \sim личность \sim способности] + Заказчик [5D \sim управление \sim среда \sim интеллект «толпы»].

П.10. В [7, с. 316] приводится факт, что Давид Гильберт, при решении (1890 г.) так называемой «проблемы Гордана» (теория инвариантов) не использовал явное построение доказательства [\sim четкость], не нужно было даже указывать *на метод* его построения. Все, что требовалось, — это

аргументировать, что *конечный* базис, по логической необходимости, обязан *существовать*, ибо в противном случае получается *противоречие*. При интуитивном анализе указанного парадокса доказательства можно найти аналог между *бесконечностью* базиса [\sim природа \sim нечеткость] и *конечностью* надстройки [\sim информация \sim виртуальность \sim четкость].

По сути, этот парадокс говорит, что если некоторое отображение (*время, относительность*) непрерывно переводит множество тел, именуемое «мегасистемой» (*популяцию, замкнутость*), в себя (гомоморфизм), то существует несколько точек (*полюса в реальности, в пространстве, во времени*) остающихся неподвижными (абсолютный покой). Неподвижная точка — это триада «начало координат»: неделимый *полюс во времени и пространстве*, в котором расположен *наблюдатель*, субъект, подразумеваемый под «Я». Триада абсолютностей реальности: неживое (материя) — разум (информация) — живое (энергия).

В *аксиоматике* геометрии [8] (1899 г.) Гильберт отметил цикличность [\sim неразделимость] аксиом, а Пуанкаре [2, с. 370] (1908 г.) *акцентировал* на это внимание [\sim концепцию *кругооборота* четкости αD]. «...Что сразу бросается в глаза в новой математике, так это её чисто формальный характер. Вообразим, — говорит Гильберт, — *три* рода вещей [$\sim 1D+2D+3D$] ... Что это за «вещи» — мы не только не знаем, но и *не должны стремиться узнать*. ... Все, на что мы можем претендовать, сводится к тому, чтобы мы усвоили относящиеся к ним аксиомы ...». А гении «слов на ветер» не бросают: — «если есть *замкнутая триада* атрибутов интерпретации простых чисел — то есть и «N-замкнутость».

П.11. «Истина — ... объективное содержание человеческого познания. *Объективная истина* — ... объективна по содержанию, но *субъективна* по форме; ... *относительная истина* — отражающая предмет не полностью, а в исторически обусловленных пределах [\sim ограничений]; *абсолютная истина* — ... полностью исчерпывающая предмет познания ... Всякая относительная истина содержит элемент абсолютного знания; абсолютная истина складывается из суммы относительных истин. Конкретная истина — истина, раскрывающая существенные моменты предмета с учетом конкретных условий его развития (абстрактной истины нет, истина всегда конкретна). Критерий истины ... — *практика*», [1].

Интуиция [\sim редукция \sim перманентная истина] как характеристика конкретного исследования (эксперта, коллектива, единства) имеет триаду трансцендентных субстанций — «Многозначность [$\sim 3D \sim$ факты] + Причинность [$\sim 4D \sim$ знания] + Конформизм [$\sim 5D \sim$ единство \sim вера]». Экспертов, у которых властвует логика *отличников* («мне это не пришло в голову») доминирует четкая, *однозначная* трактовка действительности — явления, события [$\sim 4D \sim$ постоянство \sim индукция \sim разум \sim искусственный интеллект]. Полярной группой являются *дилетанты*, они исходят из *многозначной* среды события [$\sim 3D \sim$ симбиоз \sim случайность \sim дедукция \sim конформизм], руководствуясь максимой «Что не запрещено (в виртуальности) — то разрешено (в реальности)». Абсолютную истину [\sim стратегия] определяет *практика* [$\sim 5D \sim$ редукция \sim конкретность \sim ограничения отбор \sim интуиция], их цель — обоснование «глубинных» причин окрестности и последствий явления.

Любой абстрактный исследователь [$\sim 3D \sim$ наблюдатель] проблемы, в зависимости от точки пространства [$\sim 2D$] и времени [$\sim 1D$], *перманентно* оказывается в одном из состояний *замкнутости познания* проблемы — триада атрибутов *неподвижных точек* мышления «Дилетант [$\sim 3D \sim$ независимость \sim сведения \sim многозначность] + Отличник [$\sim 4D \sim$ непротиворечивость \sim логика \sim четкость] + Практика [$\sim 5D \sim$ полнота \sim ограничения \sim интуиция]». «Атрибут — необходимое, *существенное*, неотъемлемое [$\sim 1D \sim$ общее \sim время] свойство [$\sim 3D \sim$ сведение \sim информация] объекта [$\sim 2D \sim$ частное \sim пространство] (например, атрибут материи в философии — движение)», [1].

П.12. Учитывая, что «наследование управления сложными системами» есть ингредиент парадигмы «превращения биосферы», далее приводится облик, неподвижные точки, постулаты наследования *неразделимости* биосферы.

Неразделимость [$\sim 3D$] в отражении нечеткости [$\sim 1D$] – четкости [$\sim 2D$]. 1. Триада неразделимых законов природы — Превращение [$\sim 1D$, нечеткость] + Сохранение [$\sim 2D$, четкость] + Наследование [$\sim 3D$, нечеткость – четкость]. 2. Квинтет [$\sim 1D \div 5D$] кластеров аксиом виртуальности предметной области [$\sim 1D \div 3D$], разума [$\sim 4D$], интеллекта [$\sim 5D$]. 3. Триада консенсуса парадигмы биосферы (перманентной четкости) — Постоянство [$\sim 2D$] + Наследование

[~ 3D] + Разум [~ 4D]. 4. Заключение. Ближайшие перспективы биосферы — обоснование круговорота *отбора* природы, скользящая иерархия «*Theory of Everything* — ТОЕ»

Аксиоматика «нечеткости» исполняет виртуальную роль декомпозиции жизни сложных систем [~ сведений ~ информации ~ симбиоза] в конечность *поколений* окрестностей [~ интервалов ~ постоянств ~ цикла].

Существует в математике механизм, неявно воплощающий «все» и «ничего», общее и частное, нечеткость (*бесконечность*) и точность (*цифра*) — это матричное исчисление. Правдоподобная парадигма — модели, включающие в себя более одного класса математических объектов: линейные векторные пространства и линейные алгебры. Пусть R кольцо скаляров с единицей. Класс L называется линейной алгеброй (линейной ассоциативной алгеброй, системой гиперкомплексных чисел) над кольцом R , если определены ТРИ бинарные операции (*сложение* и *умножение* в L и умножение элементов из L на *скаляры*), такие что 1) L есть кольцо, 2) L есть линейное векторное пространство над кольцом скаляров R .

Порядок матрицы (число строк, столбцов) соответствует мощности пространства элементарных событий, упорядоченность чисел в матрице отражают реакцию абстрактного индивида на конкретное событие в биосфере. Субъекты (вершины графа) связаны информационно (ребра и дуги графа), потеря информации *математически* отражается в стохастичности «каналов связи». Однородность структуры биосферы означает подобие (за единичными исключениями) окрестности любого полюса [~ системы]. Можно сказать, что она допускает отображение в виде цикла [~ вечный кругооборот явлений природы].

Литература

1. Советский энциклопедический словарь. — Изд. «Советская энциклопедия», 4-е издание — М.: 1989 г. 1632 с.
2. *Пуанкаре Анри*. О науке: Пер. с франц. — М. Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. — 560 с. (В сборнике книги: «Наука и гипотеза» (1902) с. 7-152, «Ценность науки» (1905) с. 153-282, «Наука и метод» (1908) с. 283-403, «Последние мысли» (1913) с. 405-520.)
3. *Александров П. С.* Математические открытия и их восприятие. — в кн. «Научное открытие и его восприятие». М.: Наука, 1971, с. 68–72
4. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров). — М., «Наука», 1973 г., 832 с.
5. *Менский М.Б.* Квантовая механика, сознание и мост между двумя культурами. — Вопросы философии, 2004 г., № 6, с.64-74.
6. *Гинзбург В. Л.* Проблемы физики и астрофизики в XXI веке. с. 459—524. Сб. «Физтех — взгляд в будущее». ООО «Изд-во АСТ», М. 2001.
7. *Герман Вейль*. Давид Гильберт и его математические труды. (с. 308 — 360, в книге *Констанс Рид*. Гильберт. 368 с. Изд-во «Наука», 1977).
8. *Гильберт Давид*. Основания геометрии. — М.- Л.: Гостехиздат, 1948