ВЕРОЯТНОСТНО-ЭНТРОПИЙНЫЕ МОДЕЛИ МОНИТОРИНГА И УПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ РЕГИОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ[90]

Тырсин А.Н., Антонов А.С.

Научно-инженерный центр «Надежность и ресурс больших систем и машин» УрО РАН, Россия, г. Екатеринбург, ул. Студенческая д.51а

at2001@yandex.ru, antonovgr@mail.ru

Аннотация: Рассмотрена проблематика устойчивого развития сложных систем. Предложена концепция устойчивого развития систем на примере территорий. Согласно этой концепции развитие интерпретируется в рамках векторной энтропийной модели, а устойчивость представляется как риск исследуемой многомерной системы. Концепция апробирована на практических примерах.

Ключевые слова: устойчивое развитие, дифференциальная энтропия, риск, многомерная случайная величина, мониторинг, вектор, хаотичность, самоорганизация.

Введение

Трактовка устойчивого развития в настоящее время является слишком общей и не указывает конкретного пути для практических действий [1]. Основная концептуальная сложность заключается в том что, понятие «устойчивое развитие» включает в себя два термина «устойчивость» и «развитие». При этом каждый из этих терминов трактуется не однозначно. Это приводит к появлению разных трактовок устойчивого развития применительно к конкретным системам. Например, в [2] насчитано более 50 различных интерпретаций понятия «устойчивое развитие».

[90] *Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ, проект № 17-01-00315а*

Поэтому, представляется актуальной проблемой формулирование некоторой формализованной концепции устойчивого развития, которая могла быть конкретизируема для конкретных случаев. Одним из возможных путей решения является использование системного подхода. Предпримем попытку формулировки концепции устойчивого развития сложных систем на примере территорий.

1 Постановка задачи

Системный подход предполагает представление системы S в виде взаимосвязанных элементов (инфраструктур, важнейших показателей и т.д.). Территориальные системы – это сложные эколого-социально-экономические системы, состоящие их огромного числа взаимодействующих элементов. К особенностям территориальных систем можно отнести: многомерность; взаимосвязанность компонент; стохастический характер поведения; многокритериальность; разнонаправленность поведения элементов. С учетом этих особенностей систему S можно представить в виде случайного вектора $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$. Каждая компонента Y_i этого вектора является одномерной случайной величиной, характеризующей функционирование соответствующего элемента системы.

Концепция устойчивого развития должна отражать две составляющие: «устойчивость» и «развитие». Поэтому для ее формулирования необходимо решить следующие три задачи: 1) выработка интегрального показателя характеризующего эффективное функционирование системы; 2) обеспечение устойчивого функционирования системы; 3) формирование критерия, характеризующего устойчивое развитие в смысле решения первых двух задач.

2 Векторная энтропийная модель эффективного функционирования систем

Рассмотрим задачу выработки интегрального показателя характеризующего эффективное функционирование системы. Многокритериальность функционирования сложных систем, включая территориальные, разнонаправленность функционирования их элементов, затрудняет выработку универсальных формальных показателей, характеризующих эффективность систем в целом.

В [3] было предложено использовать дифференциальную энтропию для моделирования многомерных стохастических систем. Доказано, что дифференциальную энтропию (далее энтропию) случайного вектора $\mathbf{Y}$ можно представить в виде суммы двух компонент

(1) $$H(\mathbf{Y}) = H(\mathbf{Y})_V + H(\mathbf{Y})_R,$$

(2) $$H(\mathbf{Y})_V = \sum_{i=1}^{m} H(Y_i) = \sum_{i=1}^{m} \ln \sigma_{Y_i} + \sum_{i=1}^{m} \kappa_i$$ – энтропия хаотичности,

(3) $$H(\mathbf{Y})_R = \frac{1}{2}\sum_{k=2}^{m} \ln(1 - R^2_{Y_k / Y_1 Y_2 \dots Y_{k-1}})$$ – энтропия самоорганизации,

где $\sigma^2_{Y_i}$ – дисперсия, $\kappa_i = H(Y_i / \sigma_{Y_i})$ – энтропийный показатель типа закона распределения случайной величины Y_i; $R^2_{Y_k / Y_1 Y_2 \dots Y_{k-1}}$ – индексы детерминации регрессионных зависимостей.

В частности, для многомерной нормально распределенной случайной величины $\mathbf{Y}$ имеем

(4) $$H(\mathbf{Y})_V = \sum_{i=1}^{m} \ln \sigma_{Y_i} + m \ln \sqrt{2\pi e}, \quad H(\mathbf{Y})_R = \frac{1}{2}\ln(|\mathbf{R}|),$$

где $\mathbf{R}$ – корреляционная матрица случайного вектора $\mathbf{Y}$.

Сложные системы, включая территориальные, являются открытыми, их энтропия может, как возрастать, так и уменьшаться. Причем направления изменения энтропий хаотичности $H(\mathbf{Y})_V$ и самоорганизации $H(\mathbf{Y})_R$ систем могут быть различными. Например, системы с различными значениями энтропий хаотичности $H(\mathbf{Y})_V$ и самоорганизации $H(\mathbf{Y})_R$ могут иметь одинаковые значения энтропии $H(\mathbf{Y})$. Для адекватного моделирования и исследования многомерных стохастических систем дифференциальную энтропию следует рассматривать не в скалярной, а векторной форме в виде двух компонент – энтропий хаотичности и самоорганизации как [4]

(5) $$\mathbf{h}(\mathbf{Y}) = (h_V; h_R) = (H(\mathbf{Y})_V; H(\mathbf{Y})_R).$$

В конкретных ситуациях направление и величину энтропийного вектора следует задавать исходя из особенностей исследуемой системы. Иными словами, у сложных систем должен наблюдаться баланс между энтропиями хаотичности и самоорганизации.

Пример 1 [4]. Эффективное функционирование мегаполиса как сложной системы согласно векторной энтропийной модели (5) состоит в одновременном росте разнообразия, возможностей для всех элементов этой системы и наличию тесной взаимосвязи между этими элементами. Это проявляется в том, что с развитием мегаполиса его энтропия хаотичности должна постепенно увеличиваться, а энтропия самоорганизации – уменьшаться.

3 Модель многомерного риска сложных систем

Рассмотрим задачу обеспечения устойчивого функционирования системы. Будем считать, что устойчивость функционирования территориальной системы неразрывно связана с риском, чем ниже уровень риска, тем устойчивее состояние системы.

Пусть S – некоторая многомерная стохастическая система. Будем считать адекватным представление этой системы в виде случайного вектора $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_l)$ с некоторой плотностью вероятности $p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$. Развитие сложной системы, повышение эффективности ее функционирования является неизбежной причиной роста рисков. Поэтому необходимо оценивать риски таких систем. Рассмотрим модель оценки риска многомерных стохастических систем, предложенную в [5].

Вместо выделения конкретных опасных состояний будем задавать геометрическую область D неблагоприятных исходов. Формально эта область может выглядеть произвольным образом в зависимости от конкретной задачи. Наиболее распространена концепция опасных состояний как больших и маловероятных отклонений выборочных значений от некоторого наилучшего положения $\boldsymbol{\theta}$. В этом случае D представляет собой внешнюю область m-осного эллипсоида

(6) $$D = \left\{ \mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_l) : \sum_{j=1}^{l} \frac{(x_j - \theta_j)^2}{b_j^2} \geq 1 \right\}.$$

Задав функцию последствий от опасных ситуаций (функцию риска) в виде $g(\mathbf{x})$, получим модель для количественной оценки риска [5]

(7) $$r(\mathbf{X}) = \int\int_D \ldots \int g(\mathbf{x}) p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

Если в (7) принять $g(\mathbf{x}) = 1 \; \forall \mathbf{x} \in D$ и $g(\mathbf{x}) = 0 \; \forall \mathbf{x} \notin D$, то $r(\mathbf{X}) = P(\mathbf{X} \in D)$, т.е. риск равен вероятности неблагоприятного исхода.

4 Концепция устойчивого развития

Под устойчивым развитием сложной системы будем понимать динамику, состоящую в наличии тенденции сбалансированного изменения векторной энтропии при сохранении приемлемого уровня рисков. Для этого объединим векторную энтропийную модель и модель рисков многомерной системы. При этом в качестве компонент случайного вектора $\mathbf{Z}$ следует рассматривать как факторы риска X_i, так и показатели Y_j, характеризующие функционирование системы, т.е.

(8) $$\mathbf{Z} = \mathbf{X} \cup \mathbf{Y} = (Z_1, Z_2, \ldots, Z_n), \quad \max(l, m) \leq n \leq l + m.$$

Для гауссовской системы векторное энтропийное управление состоит в том, чтобы направить энтропию из некоторой начальной точки $(h_V^0; h_R^0) = (H(\mathbf{Z}^0)_V; H(\mathbf{Z}^0)_R)$ с ковариационной матрицей $\mathbf{\Sigma}^0 = \{\sigma_{ij}^0\}$ в конечную точку $(h_V^*; h_R^*)$ при минимальном изменении ковариационной матрицы $\mathbf{\Sigma}^0$ и вектора средних $\mathbf{a}^0$ и приемлемом риске.

Задача векторного энтропийного управления гауссовской системой примет вид:

(9) $$\begin{cases} G(\mathbf{\Sigma}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i}^{n} (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0)^2 + \sum_{i=1}^{l} (a_i - a_i^0)^2 \to \min\limits_{\mathbf{a}, \mathbf{\Sigma}}, \\ H(\mathbf{Y})_V = h_V^*, \\ H(\mathbf{Y})_R = h_R^*, \\ r(\mathbf{X}) \leq r^*, \\ \mathbf{\Sigma} \in G(\mathbf{\Sigma}), \mathbf{a} \in H(\mathbf{a}), \\ \sigma_{ij}^2 < \sigma_{ii} \sigma_{jj}, \sigma_{ij} = \sigma_{ji}, \sigma_{ii} > 0 \; \forall 1 \leq i, j \leq n, \\ \mathbf{\Sigma} > 0, \end{cases}$$

Критерий эффективности в (9) может быть и иным, в зависимости от особенностей системы S.

Заключение

1. Сформулирована вероятностно-энтропийная концепция устойчивого развития сложных стохастических систем. Она основана на моделях векторной энтропии и многомерного риска.

2. Согласно сформулированной концепции под устойчивым развитием сложной системы будем понимать динамику, состоящую в наличии тенденции сбалансированного изменения векторной энтропии при сохранении приемлемого уровня рисков.

Литература

1. *Бегун Т.В.* Устойчивое развитие: определение, концепция и факторы в контексте моногородов // Экономика, управление, финансы: материалы II Межд. науч. конф. – Пермь: Меркурий. 2012. – С.158-163. URL: http://moluch.ru/conf/econ/archive/57/3117/
2. *Старикова Е.А.* Современные подходы к трактовке концепции устойчивого развития // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Экономика. Т. 25. 2017, № 1. С.7-17.
3. *Тырсин А.Н.* Энтропийное моделирование многомерных стохастических систем. – Воронеж: Научная книга, 2016. – 156с.
4. *Tyrsin A.N., Gevorgyan G.G.* Entropy Modeling of Sustainable Development of Megacities // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Vol. 72. 2017. 9p. doi: 10.1088/1755-1315/72/1/012010.
5. *Tyrsin A.N., Surina A.A.* Monitoring of Risk of Multidimensional Stochastic System as Tools for a Research of Sustainable Development of Regions // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Vol. 177. 2018. 8p. doi: 10.1088/1755-1315/177/1/012005.