

ИДЕНТИФИКАЦИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НАНОСПУТНИКА ТНС-0№2 ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ НИЗКОЛЕТЯЩИХ СПУТНИКОВ

Панкратов В.А.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Россия, г. Москва, ул. 2-я Бауманская, д.5
mathmod@live.ru,

Литун С.И.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
litun.svetlana@mail.ru

Аннотация: Работа посвящена важной задаче механики космического полета – анализу орбитального движения низколетящего искусственного спутника Земли (ИСЗ) с целью уточнения параметров атмосферы для повышения точности прогнозирования баллистического движения орбитальных объектов в верхних слоях атмосферы.

Ключевые слова: спутник ТНС-0 №2, SGP4, динамическая модель движения КА, EGM, IGRF, метод наименьших квадратов, баллистический коэффициент, индекс геомагнитной возмущенности.

Введение

В работе описаны результаты, относящиеся к методике уточнения индекса геомагнитной возмущенности. Данный индекс используется в различных моделях плотности атмосферы. Индекс геомагнитной возмущенности K_p , входящий в модель плотности атмосферы, довольно изменчив и имеет огрубленное значение, осредненное по трехчасовым индексам геомагнитной возмущенности, определенным на 13-ти геомагнитных обсерваториях.

Предлагается уточнять этот индекс посредством определения движения низкоорбитального КА общего назначения ТНС-0 №2 цилиндрической формы. Получаемые результаты предлагается использовать для уточнения решения ряда задач, в которых применяется данная модель движения. Разумеется, найденные поправки можно использовать только на том интервале времени, для которого они были определены. Кроме того, для использования полученного уточнения орбита другого ИСЗ должна быть близка к орбите рассматриваемого КА [1].

По полученным значениям проверялась согласованность полученных расчетных данных с данными наблюдений.

1 Обработка траекторных данных уточнением баллистического коэффициента

При обработке данных использовались уравнения движения (1), записанные в гринвичской системе координат с учетом нецентральности поля тяготения Земли и аэродинамического сопротивления атмосферы.

$$(1) \begin{cases} \dot{x}_1 = v_1, \\ \dot{x}_2 = v_2, \\ \dot{x}_3 = v_3, \\ \dot{v}_1 = -\left(\frac{\mu}{|r|^3} + \omega_E^2\right)x_1 + 2\omega_E\dot{x}_2 - \rho_a c_b |\mathbf{v}|v_1 + f_1, \\ \dot{v}_2 = -\left(\frac{\mu}{|r|^3} + \omega_E^2\right)x_2 - 2\omega_E\dot{x}_1 - \rho_a c_b |\mathbf{v}|v_2 + f_2, \\ \dot{v}_3 = -\left(\frac{\mu}{|r|^3} + \omega_E^2\right)x_3 - \rho_a c_b |\mathbf{v}|v_3 + f_3. \end{cases}$$

Здесь $\mathbf{f} = (f_1, f_2, f_3)$ – возмущающее ускорение, обусловленное нецентральностью земной гравитации, ρ_a – плотность атмосферы, c_b – баллистический коэффициент, ω_E – угловая скорость вращения Земли. Нецентральность поля тяготения учитывалась с точностью до членов порядка (16,16) включительно при разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям, использовалась стандартная модель EGM2008.

Интегрирование системы уравнений движения центра масс ИСЗ осуществлялось с помощью метода Рунге-Кутты 8 порядка. Расчетные значения объединим в векторы $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$, $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$, где x_1, x_2, x_3 – гринвичские координаты спутника, v_1, v_2, v_3 – компоненты вектора скорости.

В качестве начальных данных использовались результаты наблюдений, полученные с использованием открытой американской модели SGP4 [2]. Данная модель позволяет строить непрерывные аппроксимации измерений по данным TLE, полученным с наземных станций системы радиоконтроля группировки NORAD. Эти данные представляли собой ряды $\mathbf{R}^{(n)} = (R_1^{(n)}, R_2^{(n)}, R_3^{(n)})$, $\mathbf{V}^{(n)} = (V_1^{(n)}, V_2^{(n)}, V_3^{(n)})$ на равномерной временной сетке $\{t_n\}$ с шагом равным 1 минуте и были сгруппированы в наборы из $N = 1440$ наблюдений, соответствующих одним суткам. Данные наблюдений охватывали 500 дней полета.

Из-за различных влияний со стороны активностей на Солнце, геомагнитных активностей значение плотности атмосферы, входящей в модель аэродинамического сопротивления, может значительно отличаться от прогнозируемого. Российский ГОСТ Р 25645.166-2004 плотности атмосферы для баллистических расчетов [3] содержит три основных параметра: индексы солнечной активности $F_{10.7}$ и F_{81} и индекс геомагнитной возмущенности K_p . Индексы солнечной активности довольно медленно меняются и достаточно точно прогнозируются, в отличие от них индекс K_p не только более изменчив, но ещё и более огрублен [3]. Для расчетов повышенной точности рекомендуется уточнять именно этот параметр. Кроме того, стандарт так же рекомендует уточнять баллистический коэффициент c_b по результатам наблюдений за движением ИСЗ с целью согласования плотности, рассчитанной согласно модели ГОСТ, и её фактическим значением.

Рассматриваемый в работе, технологический наноспутник ТНС-0 №2, совершает ориентированный полет вокруг Земли. Геометрические размеры и масса наноспутника точно известны, форма – правильный шестиугольник. Для упрощения математической модели форма корпуса рассматривалась в виде кругового цилиндра. На КА была установлена пассивная система магнитной ориентации. После окончания переходных процессов и демпфирования угловой скорости ось симметрии корпуса отслеживала вектор напряженности магнитного поля Земли. В численном моделировании для определения магнитного поля Земли использовалась модель IGRF2015.

Исходя из конструктивных особенностей КА, баллистический коэффициент, равный отношению площади миделевого сечения ИСЗ к его массе, можно представить в виде (2)

$$(2) \quad c_b = \frac{S_0}{m} = \frac{S_{min}}{m} (\cos\psi + 3\sin\psi) = \tilde{c}_b (\cos\psi + 3\sin\psi),$$

где ψ – угол между вектором геомагнитной напряженности и вектором скорости ИСЗ, \tilde{c}_b – параметр согласования модели аэродинамического сопротивления с данными наблюдений.

Для согласования баллистического коэффициента КА с данными наблюдений вдоль решения системы уравнений орбитального движения ИСЗ в течение суток вычислялся функционал (3)

$$(3) \quad \Phi(\mathbf{z}) = \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^3 \left[\left(R_j^{(n)} - r_j(t_n, \mathbf{z}) \right)^2 + \tau^2 \left(V_j^{(n)} - v_j(t_n, \mathbf{z}) \right)^2 \right],$$

где $\mathbf{z} = (\mathbf{y}, \tilde{c}_b)$, $\mathbf{y} = (x_1(t_0), x_2(t_0), x_3(t_0), v_1(t_0), v_2(t_0), v_3(t_0))$ – вектор параметров, состоящий из начальных условий и параметра согласования \tilde{c}_b , $r_j(t_n)$, $v_j(t_n)$ – компоненты вектора координат и

вектора скорости соответственно в заданный момент времени α – весовой коэффициент. Минимизация Φ по \mathbf{z} выполнялась последовательно методами Левенберга-Марквардта и Гаусса-Ньютона [4].

По результатам минимизации было получено 500 значений параметра согласования \tilde{c}_b , была построена гистограмма (Рис.1) и эмпирическая функция распределения. При анализе графического представления был сделан вывод о нормальности распределения параметра согласования, который подтвердили критерии Колмогорова-Смирнова и Пирсона с уровнем доверия 95%.

Уточнение баллистического коэффициента проводилось косвенно, посредством уточнения параметра согласования. Оценкой значения параметра согласования принималась выборочная медиана распределения $\tilde{c}_b = 0.00314 \text{ м}^2/\text{кг}$.

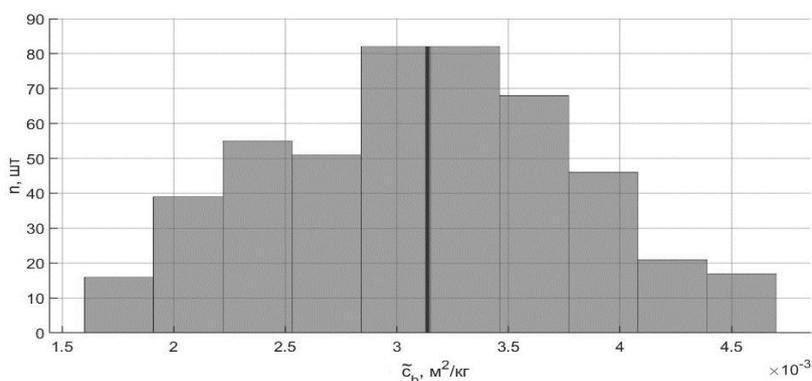


Рис.1. Гистограмма распределения \tilde{c}_b

1 Обработка траекторных данных с уточнением индекса геомагнитной возмущенности

В алгоритме уточнения индекса геомагнитной возмущенности функционал Φ рассматривался как функция начальных условий и индекса геомагнитной возмущенности. Параметр согласования выбирался постоянным в соответствии с полученным ранее результатом [1].

В связи с вычислительными трудностями, связанными с точным вычислением производной плотности атмосферы по индексу геомагнитной возмущенности, минимизация Φ по \mathbf{u} сводилась к вычислению функции (K_p) $\Phi(\mathbf{u}, K_p)$ в последовательности точек \mathbf{u}_i , сходящейся к пределу (K_p) . Построение последовательности точек \mathbf{u}_i не требовало вычисления производных плотности атмосферы.

Вблизи минимума минимизация проводилась по всем параметрам одновременно с использованием приближенных значений производных плотности атмосферы $(\partial \rho / \partial \mathbf{u})_i$.

Минимизация Φ по \mathbf{z} также осуществлялась последовательным применением методов Левенберга-Марквардта и Гаусса-Ньютона [4].

Анализ полученных результатов проводился в рамках стандартных предположений метода наименьших квадратов: ошибки в измерениях координат и компонент скорости независимы и имеют нормальные распределения с нулевыми средними значениями; стандартные отклонения ошибок координат (скоростей) одинаковы, но неизвестны.

Точность аппроксимации данных наблюдений найденным решением уравнений движения и точность определения этого решения обычно характеризуют стандартным отклонением ошибок измерений и стандартными вектора параметров.

Выявлено, что с уточненным набором параметров расчетные значения вектора координат лучше аппроксимируют данные наблюдений. Средние квадратические отклонения аппроксимации имеют порядок десятков метров, что в рамках задач механики космического полета – небольшая величина.

Литература

1. Алямовский С.Н. [и др.] Уточнение индекса геомагнитной возмущенности по измерениям орбиты тестового спутника // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. –2018. № 41. –43 с.
2. Hoots F.R., Roehrich R.L. Models for propagation of NORAD element sets. –1988. Spacetrack report № 3, – 91p. ГОСТ Р 25645.166-2004 Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. - М: ИПК Издательство стандартов, 2004.
3. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация, – М.: Мир, 1985.– 509 с.