

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ АТМОСФЕРНЫХ ПОЛЛЮТАНТОВ ОТ АВТОТРАНСПОРТНЫХ ЗАТОРОВ**

**Кушелева Е.В., Кушников В.А., Резчиков А.Ф.**

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени  
Н.Г. Чернышевского, Россия, г. Саратов, ул. Астраханская д.83*

*Институт проблем точной механики и управления РАН,  
Россия, г. Саратов, ул. Рабочая д. 24*

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65*

*kushelevae@mail.ru, kushnikoff@yandex.ru, iptmuran@san.ru*

*Аннотация: Разработана математическая модель, позволяющая прогнозировать концентрацию вредных веществ, попавших в атмосферу от автомобильного затора. Автомобили рассматриваются как множество точечных статичных источников эмиссии, распределенных случайным образом по автотрассе. Представлены результаты вычислений, подтверждающие возможность получения информации об уровне загрязнения атмосферного воздуха от автомобильного затора.*

Ключевые слова: математическая модель, концентрация поллютантов, автотранспортный затор.

### **Введение**

В крупных городах автомобильный транспорт является основным источником эмиссии атмосферных поллютантов. Возрастающая численность автотранспортных средств приводит к увеличению интенсивности загрязнения приземного слоя атмосферы современных мегаполисов. Мониторинг и прогнозирование загрязнения атмосферного воздуха выбросами автотранспорта

является приоритетной задачей в области экологической безопасности. Решению этой задачи посвящены труды отечественных и зарубежных исследователей, таких как Gifford F., Pasquill F., М.Е. Берлянд и др.[1-3, 10-12].

Для контролирования уровня загрязнения атмосферного воздуха органами санитарно-эпидемиологической службы были разработаны предельно допустимые концентрации каждого загрязнителя, при которых здоровью человека не наносится вред. Но т.к. измерения проводятся на достаточно длительных интервалах, в течение времени измерения могут возникать резкие повышения концентрации, во время которых люди находятся в плохих экологических условиях, что нельзя оставлять без внимания.

В настоящей работе представлена математическая модель, позволяющая прогнозировать концентрации вредных веществ через малые промежутки времени в каждой точке контролируемой территории и отслеживать возникновение резких повышений концентраций, способных нанести вред людям, находящимся на территории объекта.

## 1 Построение математической модели

### 1.1 Постановка задачи

Допустим, что в результате движения автотранспорта на перекрестке возникает затор, атмосферные выбросы которого распределяются по контролируемой территории, где размещены социально-значимые объекты. Местонахождение экологически вредного автотранспорта на трассе определяется случайной величиной, равномерно распределенной на интервале (0,1).

Постановка задачи: разработать математическую модель для определения концентрации загрязняющих веществ, образующихся в контролируемых точках на различных интервалах времени.

### 1.2 Построение модели

Решение поставленной задачи проводится в два этапа.

На первом этапе выбирается исследуемый участок дороги с автомобильным затором, его длина и средняя загруженность. На основании этих данных рассчитывается количество автотранспортных средств.

Сначала определяется максимально возможное количество транспорта, для этого исследуемый участок делится на блоки, состоящие из автомобиля и расстояний для соблюдения необходимой дистанции (рис. 1).

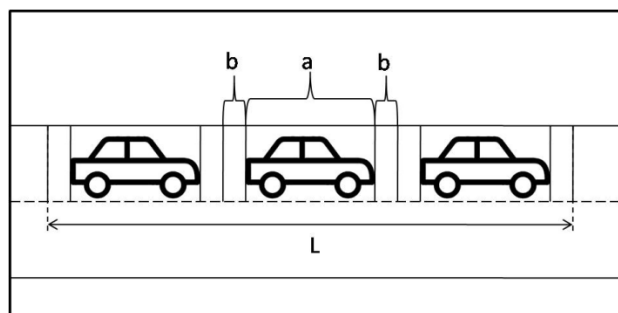


Рис. 1. Разделение участка дороги на блоки.  $L$  – длина выбранного участка дороги, м;  $a$  – средняя длина автотранспортного средства, м;  $b$  – половина необходимого интервала между автомобилями, м

Максимальное количество автомобилей на исследуемом участке  $K_{\max}$  можно рассчитать по формуле:

$$K_{\max} = \frac{L}{a + 2b}. \quad (1)$$

Зная значение загруженности  $Z$  рассматриваемого участка дороги экологически вредным автотранспортом, можем определить количество машин-загрязнителей  $K_{\text{авт}}$  по формуле:

$$K_{\text{авт}} = \frac{ZK_{\max}}{100}. \quad (2)$$

Местонахождение загрязняющего атмосферу транспорта на дороге определяется случайной величиной, равномерно распределенной на интервале (0,1), так выявляется положение точечных статических источников эмиссии.

На втором этапе решается задача о переносе загрязняющих веществ в атмосфере. В качестве моделирующего уравнения используем уравнение массопереноса, представленное в [4]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial c}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial c}{\partial z} - \alpha c + Q_s(t) \delta(x - x_s) \delta(y - y_s) \delta(z - z_s), \quad (3)$$

где  $c$  – искомая концентрация токсичного вещества;  $x, y, z$  – координаты точки расчета по осям абсцисс, ординат и аппликата, соответственно;  $t$  – время;  $u, w, v$  – проекции вектора средней скорости перемещения вещества на оси абсцисс, ординат и аппликата соответственно;  $\alpha$  – коэффициент изменения концентрации вещества из-за химических превращений;  $k_x, k_y, k_z$  – составляющие коэффициента обмена по осям  $x, y, z$ , соответственно;  $Q_s$  – интенсивность выброса токсичного вещества;  $\delta(x - x_s)$  – дельта-функция Дирака;  $x_s, y_s, z_s$  – координаты источника эмиссии токсичного вещества [6-9].

Уравнение (3) должно быть дополнено начальным и тремя граничными условиями по каждой из пространственных координат:

$$c(t = 0, x, y, z) = \theta(x, y, z),$$

$$c \rightarrow 0 \text{ при } |x| \rightarrow \infty,$$

$$c \rightarrow 0 \text{ при } |y| \rightarrow \infty,$$

$$c \rightarrow 0 \text{ при } z \rightarrow \infty.$$

Способ задания параметров  $k_x, k_y, k_z$  описан в [5].

## 2 Экспериментальная проверка

Разработанный программный продукт был применен для проведения серии вычислительных экспериментов по прогнозированию загрязнений придорожных территорий поллютантами. Для примера рассматривается территория вблизи перекрестка с затрудненным движением с расположенным на ней социально значимым объектом.

В качестве поллютанта, выбрасываемого в атмосферу автотранспортом, выбран оксид азота  $\text{NO}_2$ . Был произведен расчет изменения концентрации вредной примеси во времени в заданных точках контролируемой территории.

Предположим, что время, в течение которого проводятся измерения, составляет 30с, и метеоусловия спокойные, т.е. нет резко выраженного направленного ветра. Тогда средняя концентрация  $\text{NO}_2$  от автомобильного затора в контролируемой точке, согласно результатам вычислений, составляет  $0.176 \text{ мг/м}^3$  (рис. 2). При том, что средняя концентрация  $\text{NO}_2$  в течение указанного промежутка времени меньше предельно допустимой, 23,3% времени человек, находящийся в районе контролируемой точки, вдыхает воздух с повышенным содержанием вредоносного газа.

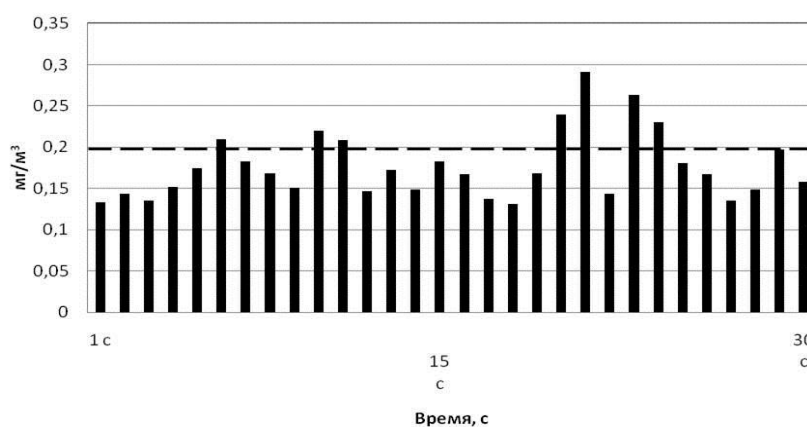


Рис. 2. Изменение концентрации  $\text{NO}_2$  в контролируемой точке в течение 30с.

Согласно представленным результатам вычислений, расположение социально-значимых объектов в непосредственной близости от автомагистралей и перекрестков недопустимо, т.к. это представляет собой угрозу здоровью и экологической безопасности населения.

Предлагаемая модель позволяет прогнозировать концентрации вредных веществ через малые промежутки времени в каждой точке контролируемой территории и отслеживать возникновение резких повышений концентраций поллютантов, при которых люди оказываются во вредных для здоровья экологических условиях.

## Литература

1. *Gifford F. Hanna S.* Modeling urban air Pollution. – *Atm. Env.* 1973. N 1. – p. 131-136.
2. *Pasquill F.* 1962. Atmospheric diffusion – London: Van Nostr. Co.Ltd. – 298p.
3. *Кушникова Е.В., Резчиков А.Ф.* Математическая модель для определения массового и валового выброса атмосферных поллютантов промышленного предприятия // *Вестник АГТУ. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика.* 2015. №4. С.134 – 140.
4. *Кушелева Е.В.* Модель для прогнозирования распространения атмосферных поллютантов при автотранспортных заторах / Е.В. Кушелева, А.Ф. Резчиков, В.А. Кушников, В.А. Иващенко, Л.Ю. Филимонюк, А.С. Богомолов, Е.В. Кушникова, А.А. Самарцев, М.В. Хамутова // *Системы управления и информационные технологии.* 2018. № 2. С. 55-60.
5. *Бруязцкий Е.В.* Теория атмосферной диффузии радиоактивных выбросов. – Киев: Институт гидромеханики НАН Украины, 2000. – 443 с.
6. *Кушелева Е.В.* Математическое моделирование определения степени загрязнения атмосферы при выбросах химических веществ / Е.В. Кушелева, А.Ф. Резчиков, В.А. Кушников, В.А. Иващенко, А.С. Богомолов, Е.В. Кушникова, Л.Ю. Филимонюк, М.А. Барулина // *Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика.* 2018. № 2. С. 17-25.
7. *Кушелева Е.В., Резчиков А.Ф., Кушников В.А.* Модель для прогнозирования уровня загрязнений территорий поллютантами на основе уравнения турбулентной диффузии // *Математические методы в технике и технологиях – ММТТ.* Саратов: СГТУ, 2017. Т.7. С. 111-114.
8. *Кушникова Е.В., Резчиков А.Ф., Иващенко В.А., Филимонюк Л.Ю.* Модели и алгоритмы минимизации ущерба от атмосферных выбросов промышленных предприятий // *Управление большими системами. Выпуск 57.* М.: ИПУ РАН, 2015. С.158-190.
9. *Кушелева Е.В.* Моделирование распространения атмосферных поллютантов от дорог с затрудненным движением / Е.В. Кушелева, В.А. Кушников, А.Ф. Резчиков, В.А. Иващенко // *Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках.* 2018. № 1. С. 34-38.
10. *Кушникова Е.В., Резчиков А.Ф.* Комплекс прикладных программ для минимизации ущерба от атмосферных выбросов промышленных предприятий // *Вестник Саратовского государственного технического университета.* 2015. Т. 3. № 1 (80). С. 148-153.
11. *Кушникова Е.В., Торопова О.А.* Имитационное моделирование загрязнения территорий выбросами промышленных предприятий // *Проблемы управления в социально-экономических и технических системах: матер. Всерос. науч. конф. – Саратов, 2012. – С. 20-23.*
12. *Кушникова Е.В.* Модели и алгоритмы определения ущерба от воздействия атмосферных поллютантов на здоровье населения // *Компьютерные науки и информационные технологии: матер. Междунар. науч. конф. – Саратов, 2016. – С. 225-227.*