РАЗРАБОТКА И ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ СИГНАЛЬНЫХ ГРАФОВ И ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕПЛООБМЕННИКОВ

Пикина Г.А.[1,2], Пащенко Ф.Ф. [2]

[1] *Национальный исследовательский университет «МЭИ»,*
Россия, г. Москва, ул. Красноказарменная, д.14
[2]*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,*
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
PikinaGA@mail.ru, pif-70@yandex.ru

Аннотация: Выполнено сравнение двух предложенных авторами методов для определения характеристик многоточечных моделей теплообменников. Показано, что для радиационных поверхностей и конвективных поверхностей с наружным кипящим или конденсирующимся теплоносителем целесообразно применять метод сигнальных графов, а для прямоточных и противоточных конвективных теплообменников с однофазными теплоносителями безусловным преимуществом обладает дискретно-непрерывное преобразование Лапласа.

Ключевые слова: теплообменники, многоточечные модели, метод сигнальных графов, дискретно-непрерывное преобразование Лапласа.

Введение

В работе рассматривается проблема получения динамических характеристик линейных моделей теплообменников, предназначенных для использования в задачах синтеза систем автоматического регулирования. Модели с распределенными параметрами (РП) обладают наибольшей точностью отражения реальных процессов, но в силу их сложности возникают трудности, в частности, при использовании стандартных программ компьютерного моделирования. Модели с сосредоточенными параметрами первого порядка (СП1) имеют слишком низкую точность, хотя до сих пор применяются в научных исследованиях [1]. Альтернативой являются многоточечные модели (СП*n*), которые проще для использования, а по точности с увеличением порядка *n* стремятся к точности РП моделей. Проблема оставалась в отсутствии аналитических методов получения динамических характеристик таких моделей. Нами предложено два метода решения системы дифференциальных уравнений: метод сигнальных графов и метод непрерывно-дискретного преобразования Лапласа. Сравнение методов проведен на примерах моделей радиационной и конвективной поверхности парового котла.

1 Метод сигнальных графов

Линеаризованная система уравнений энергии входящих в состав участков теплообменника сред преобразуется по Лапласу относительно времени. Полученная система алгебраических уравнений отображается в виде сигнального графа. Передаточные функции отдельных каналов определяются с помощью универсальной топологической формулы Мейсена [2].

1.1 Радиационная поверхность

Преобразованная по Лапласу система уравнений модели для *n* участков имеет вид:

$$\begin{cases} \vartheta^{\mathrm{I}} = \dfrac{k^{\text{эф}}}{\alpha_2^{\text{экв}}} W_{\text{м}} q_{\text{р}} + W_{\text{м}} \theta_2^{\mathrm{I}} \\ \theta_2^{\mathrm{I}} = W_2 \theta_2^{\text{н}} + \mathrm{St}_2 W_2 \vartheta^{\mathrm{I}} - k_{D2} W_2 D_2 \end{cases}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\begin{cases} \vartheta_n = \dfrac{k^{\text{эф}}}{\alpha_2^{\text{экв}}} W_{\text{м}} q_{\text{р}} + W_{\text{м}} \theta_2^{\text{к}} \\ \theta_2^{\text{к}} = W_2 \theta_2^{n-1} + \mathrm{St}_2 W_2 \vartheta_n - k_{D2} W_2 D_2 \end{cases}$$

Здесь $\theta_2^{\mathrm{I}},...,\theta_2^{\text{к}}$; ϑ^{I}, ..., ϑ_n – температуры теплоносителя и стенок труб на границах участков.

Сигнальный граф системы уравнений показан на рис. 1.

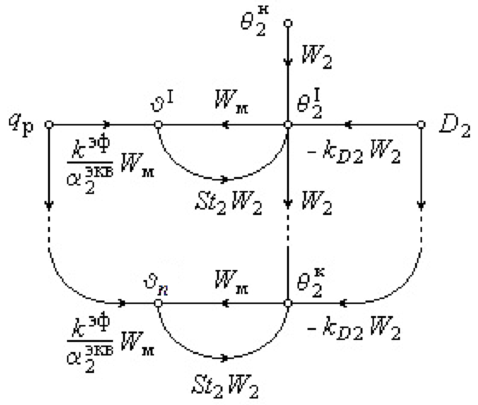

Рис. 1. Сигнальный граф модели радиационного теплообменника

Граф содержит n одинаковых контуров $K_2(p) = \mathrm{St}_2 W_2(p) W_{м}(p)$, отражающих взаимное влияние друг на друга температур потока в трубах и стенок труб. К температуре потока на выходе $\theta_2^{к}$ ведет 1 прямой путь от начальной температуры $\theta_2^{н}$ теплоносителя и по n прямых путей от его расхода D_2 и радиационного потока $q_{р}$. Следуя методике Мейсена, несложно найти передаточные функции каналов:

$$W_{\theta_2^{н}\theta_2^{к}}(p) = \frac{\left(W_2(p)\right)^n}{\left(1-K_2(p)\right)^n}, \quad W_{D_2\theta_2^{к}}(p) = -k_{D2}\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(W_2(p)\right)^i\left(1-K_2(p)\right)^{n-i}}{\left(1-K_2(p)\right)^n},$$

$$W_{q_{р}\theta_2^{к}}(p) = \frac{k^{эф}}{\alpha_2^{экв}} W_{м}(p)\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(W_2(p)\right)^i\left(1-K_2(p)\right)^{n-i}}{\left(1-K_2(p)\right)^n}.$$

1.2 Конвективные поверхности

Так же просто находятся передаточные функции конвективной поверхности с наружным теплоносителем на линии насыщения.

Однако сложность выражений передаточных функций конвективной поверхности с однофазными теплоносителями быстро возрастает с ростом порядка модели. Так, для канала D_2 — $\theta_2^{к}$ модели противоточного теплообменника третьего порядка получаем

$$W_{D_2\theta_2^{к}} = \frac{\left(W_2^2\left(1-K_1\right)^2 + W_2\left(1-K_1\right)\left(1-K_1-K_2\right) + 1 - K_1 - K_2 - W_1 W_2 K_1 K_2\right)}{\left(1-K_1-K_2\right)^3 + W_1 W_2 K_1 K_2\left(2K_1 + 2K_2 - 3\right)} \times \left(-k_{D2} W_2\left(1-K_1\right)\right).$$

Использование многоточечных моделей более высокого порядка приводит к неоправданному увеличению сложности, причем не только конечного вида, но и процедуры получения результата. Обобщения на произвольный порядок *n* сделать не удалось.

2 Метод непрерывно-дискретного преобразования Лапласа

Рассмотрим метод на примере конвективной противоточной поверхности с однофазными теплоносителями. Предварительно преобразованные по Лапласу относительно времени уравнения энергии наружного теплоносителя, стенок труб и внутреннего теплоносителя с дискретным аргументом номера участка $\left(i=\overline{1,n}\right)$ запишем для произвольного участка разбиения

$$\begin{cases} \theta_1(p,i) = W_1(p)\theta_1(p,i+1) + \mathrm{St}_1 W_1(p)\vartheta(p,i) + k_{D_1} W_1(p) D_1(p,i), \\ \vartheta(p,i) = k_1 W_{м}(p)\theta_1(p,i) + k_2 W_{м}(p)\theta_2(p,i), \\ \theta_2(p,i) = W_2(p)\theta_2(p,i-1) + \mathrm{St}_2 W_2(p)\vartheta(p,i) - k_{D_2} W_2(p) D_2(p,i) \end{cases}$$

В целях сокращения выкладок исключим из системы температуру стенки ϑ.

Проведем z-преобразование этой системы [3] и запишем уравнения в стандартном виде

$$\begin{cases} (zW_{\theta_1\theta_1}-1)\theta_1(p,z)+W_{\theta_2\theta_1}\theta_2(p,z)=zW_{\theta_1\theta_1}\theta_1^{\text{вых}}(p)-W_{D_1\theta_1}D_1(p,z)-W_{D_2\theta_1}D_2(p,z); \\ -zW_{\theta_1\theta_2}\theta_1(p,z)+(z-W_{\theta_2\theta_2})\theta_2(p,z)=z\theta_2^{\text{н}}(p)-zW_{\theta_1\theta_2}\theta_1^{\text{вых}}(p)+W_{D_1\theta_2}D_1(p,z)+W_{D_2\theta_2}D_2(p,z). \end{cases}$$

Выполним обратное z-преобразование с учетом распределенности по длине воздействий от расходов теплоносителей. Решение системы методом Крамера позволило найти все передаточные функции модели произвольного порядка. Для примера приведем две из них:

$$W_{\theta_2^{\text{н}}\theta_2^{\text{к}}}(p,n)=W_{\theta_2^{\text{н}}\theta_1^{\text{вых}}}(p,n)\ \frac{W_{\theta_1\theta_2}(r_1^n-r_2^n)}{W_{\theta_1\theta_1}(r_1-r_2)}+\frac{W_{\theta_1\theta_1}(r_1^{n+1}-r_2^{n+1})-(r_1^n-r_2^n)}{W_{\theta_1\theta_1}(r_1-r_2)};$$

$$W_{D_2\theta_2^{\text{к}}}(p)=W_{D_2\theta_1^{\text{вых}}}(p,n)\ \frac{W_{\theta_1\theta_2}(r_1^n-r_2^n)}{W_{\theta_1\theta_1}(r_1-r_2)}+\frac{(W_{\theta_1\theta_1}W_{D_2\theta_2}-W_{\theta_1\theta_2}W_{D_2\theta_1})E_1(p)-W_{D_2\theta_2}E_2(p)}{W_{\theta_1\theta_1}};$$

В формулах использованы следующие обозначения:

$$E_1(p)=\left[\frac{A_1(r_1^n-r_2^n)+B(r_1^{n-1}-r_2^{n-1})}{r_1-r_2}+C\right],\quad E_2(p)=\left[\frac{A_2(r_1^n-r_2^n)+B(r_1^{n-1}-r_2^{n-1})}{r_1-r_2}+C\right],$$

$$A_1=\frac{r_1r_2-r_1-r_2}{(1-r_1)(1-r_2)},\quad A_2=A_1-1,\quad B=\frac{r_1r_2}{(1-r_1)(1-r_2)},\quad C=\frac{1}{(1-r_1)(1-r_2)},$$

корни характеристического уравнения

$$r_{1,2}=\frac{F(p)\pm\sqrt{F^2(p)-4W_{\theta_1\theta_1}W_{\theta_2\theta_2}}}{2W_{\theta_1\theta_1}},\ \text{где}\ F(p)=1+W_{\theta_1\theta_1}W_{\theta_2\theta_2}-W_{\theta_2\theta_1}W_{\theta_1\theta_2}.$$

Выполненные расчеты частотных характеристик поверхностей реальных котлов показали, что упрощение модели наружного теплоносителя до первого порядка практически не оказывает влияния на характеристики только двух каналов температуры внутреннего теплоносителя, связанных со своими входными воздействиями — расходом и температурой, однако это утверждение потребует проверки в случае близких по величине коэффициентов теплоотдачи теплоносителей. К остальным шести каналам такое упрощение применять недопустимо.

Сравнение характеристик многоточечной модели с характеристиками модели с распределенными параметрами теплоносителей убеждает в достоверности полученных результатов и позволяет дать рекомендации по выбору минимально возможного порядка для каждого канала. Это поможет не только корректно моделировать системы автоматического регулирования, но и грамотно выбирать величину шага дискретности по пространственной координате при компьютерных расчетах систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, отражающих процессы в теплообменных аппаратах.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, проект № 18-08-01090.

Литература

1. *Abdullah N.A., Yul Y.N2., Parsaulian S.2 & Yazid B.3.* Structured Mathematical Modeling of Industrial Boiler. // J. Eng. Technol. Sci. Vol. 46. 2014, No. 1. – P.102-122.

2. *Пащенко Ф.Ф., Пикина Г.А.* Основы моделирования энергетических объектов. – М.: Физматлит, 2011. – 464 с.

3. *Пикина Г.А., Нгуен Т.С., Пащенко Ф.Ф.* Дискретно-непрерывные многоточечные модели прямоточного теплообменника. Проблемы машиностроения и автоматизации. 2019, № 2. – С. 51-57.