

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДВУХРАЙОННОЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ СПЕКТРАЛЬНЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА⁷⁶

Кутяков Е.Ю., Душин С.В., Искаков А.Б.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
evgeniykutyaakov@gmail.com, s.dushin@inbox.ru, isk_alex@mail.ru

Аннотация: В докладе исследуется применение нового подхода в модальном анализе, основанного на использовании спектральных разложений функций Ляпунова. Функции Ляпунова при этом выбираются так, чтобы они определяли проинтегрированную во времени энергию переменных состояния системы. Для тестового эксперимента используется модель двухрайонной электроэнергетической системы (ЭЭС) с четырьмя генераторами, в которой монотонно возрастает переток мощности между двумя районами и происходит потеря устойчивости. Показано, что новый подход позволяет идентифицировать и количественно оценивать степень близости ЭЭС к границе устойчивости, резонансные взаимодействия её собственных мод, а также происходящие в системе процессы слияния и распада колебаний.

Ключевые слова: модальный анализ, функции Ляпунова, спектральные разложения, электроэнергетические системы, устойчивость относительно малых возмущений.

Введение

Одним из наиболее популярных методов изучения устойчивости ЭЭС относительно малых возмущений является модальный анализ, основанный на вычислении спектра динамической матрицы линеаризованной модели системы. Собственные числа имеют простую интерпретацию. Они определяют частоты колебаний и коэффициенты демпфирования соответствующих мод, определяющих поведение системы. Проблема, однако, состояла в том, что собственные вектора не позволяют однозначно интерпретировать связь соответствующих мод и переменных состояния, поскольку эти вектора зависят от выбора единиц измерения переменных. В работах [1] была предложена удачная формализация *селективного модального анализа* для линейных систем, которая дала возможность установить однозначную связь между модами и переменными состояния на основе так называемых *факторов участия*, которые не зависят от используемых единиц измерения. Это позволило однозначно выделять элементы структуры системы, связанные с собственными модами в динамике её поведения. В дальнейшем факторы участия были интерпретированы в терминах стохастического усреднения, модальной энергии, а также наблюдаемости, управляемости и мобильности мод (см. [2, 3]). Аналогичные концепции факторов участия были определены также для динамических нелинейных систем [4] и для систем, описываемых алгебраическими уравнениями, например, уравнениями потокораспределения [5]. Концепция факторов участия широко используется в электроэнергетике и других прикладных областях для анализа устойчивости [5], динамического уменьшения размерности [6], оптимального расположения датчиков и стабилизаторов [7], решения задач кластеризации [8].

Альтернативный подход к модальному анализу был предложен в работах [9,10,11]. В этих работах, решения уравнений Ляпунова были представлены как сумма Эрмитовых матриц соответствующих либо отдельным собственным числам матрицы динамики, либо их парным комбинациям. Соответственно, в отличие от общепринятого модального анализа, участия собственных мод z и переменных состояния x было предложено рассматривать не в эволюции переменных состояний и мод, соответственно, а в соответствующих им функциях Ляпунова, т.е. в величинах $x^T P_x x$ или $z^* P_z z$, где Грамианы P_x и P_z являются решениями соответствующих уравнений Ляпунова [12]. В настоящем докладе исследуется применение функций Ляпунова при модальном анализе двухрайонной электроэнергетической системы (ЭЭС) с четырьмя генераторами [13], в которой монотонно возрастает переток мощности между двумя районами и происходит потеря устойчивости. Функции Ляпунова при этом выбираются так, чтобы они определяли проинтегрированную во времени энергию переменных состояния системы. С помощью новых показателей мы идентифицируем и количественно оцениваем степень близости ЭЭС к границе устойчивости, резонансные взаимодействия её собственных мод, а также происходящие в тестовой системе процессы слияния и распада колебаний.

⁷⁶ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ), грант №19-19-00673.

1 Спектральные разложения функций Ляпунова

Линеаризуя устойчивую систему в окрестности точки равновесия, рассмотрим линейное уравнение динамики, описывающее её отклонения от равновесия в виде:

$$(1) \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$$

где $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ - вектор переменных состояния и $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ - действительная матрица динамики.

Интегрированную энергию производимую в переменных состояния системы определим в виде

$$(2) \quad E = \sum_{k=1}^n \int_0^{\infty} x_k^2(t) dt$$

где x_k - k-ая переменная состояния. Интегральную энергию (2), производимую в системе начальным возмущением \mathbf{x}_0 можно представить как функцию Ляпунова в виде:

$$(3) \quad E = \mathbf{x}^T \mathbf{P}_x \mathbf{x}, \quad \text{где } \mathbf{A}^T \mathbf{P}_x + \mathbf{P}_x \mathbf{A} = -\mathbf{I}.$$

Мы будем называть эту величину энергией Ляпунова системы. Согласно [12] грамиан \mathbf{P}_x можно разделить на спектральные компоненты следующим образом:

$$(4) \quad \mathbf{P}_x = \sum_{i=1}^n \tilde{\mathbf{P}}_i = \sum_{i,j=1}^n \mathbf{P}_{ij}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_i = \sum_{j=1}^n \mathbf{P}_{ij}, \quad \text{где}$$

$$(5) \quad \tilde{\mathbf{P}}_i = -\{\mathbf{R}_i^* (\lambda_i^* \mathbf{I} + \mathbf{A})^{-1}\}_H, \quad \mathbf{P}_{ij} = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\mathbf{R}_i^* \mathbf{R}_j}{\lambda_i^* + \lambda_j} + \frac{\mathbf{R}_i \mathbf{R}_j}{\lambda_i + \lambda_j} \right\}_H.$$

Здесь $\{\cdot\}_H$ обозначает эрмитовую часть матрицы, а \mathbf{R}_i и \mathbf{R}_j - матрицы вычетов, определяемые как коэффициенты в разложении резольвенты матрицы \mathbf{A} :

$$(6) \quad (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \frac{\mathbf{R}_1}{s - \lambda_1} + \frac{\mathbf{R}_2}{s - \lambda_2} + \dots + \frac{\mathbf{R}_n}{s - \lambda_n}.$$

Модальный вклад i-ой моды в энергию Ляпунова определим соответственно как

$$(7) \quad E_i = \mathbf{x}^T \tilde{\mathbf{P}}_i \mathbf{x}$$

Энергию модального взаимодействия Ляпунова для i-ой и j-ой мод определим как

$$(8) \quad E_{ij} = \mathbf{x}^T \mathbf{P}_{ij} \mathbf{x}$$

В докладе исследуется поведение величин (7), (8) в зависимости от степени нагружения системы.

2 Описание эксперимента

Для тестирования предложенного подхода используется модель ЭЭС, описанная в учебнике [13]. Эта модель была реализована в среде Matlab/Simulink. Она содержит 4 генератора, расположенных в двух районах, которые соединяются двумя линиями длиной 220 км каждая. Номинальная мощность каждого генератора составляет 900 МВт. В случае отсутствия в системе PSS (power system stabilizer) рассматриваемая система устойчива при относительно небольшой потребляемой мощности, однако по мере роста потребляемой мощности система теряет устойчивость. В каждом из двух районов системы включена активная нагрузка 700 МВт, индуктивная нагрузка 100 МВт и емкостная нагрузка 187 МВт. Далее активная нагрузка в области 2 повышается с шагом 30 МВт до значения 1900 МВт. При этом изначально устойчивая система постепенно приближается к неустойчивому режиму по мере роста нагрузки.

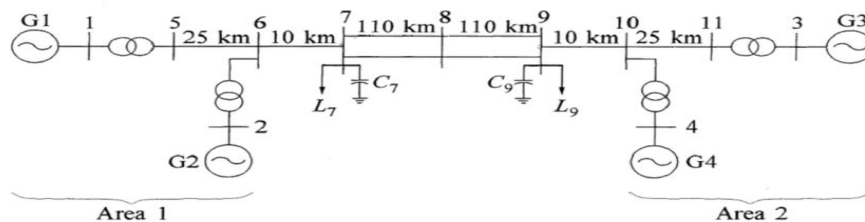


Рис. 1. Модель ЭЭС, описанная в учебнике [13].

3 Основные результаты

На рисунке 2 представлены энергии Ляпунова соответствующие отдельным модам системы. Можно видеть, что они хорошо отражают потерю устойчивости колебательной модой S2. Эффекты резонансного взаимодействия между модами S5, S6, S7 и S8, а также процессы слияния и распада колебаний S7 и S8. Таким образом, можно ожидать, что показатели энергии Ляпунова можно использовать для целей модального анализа. Более подробное описание результатов будет приведено в полной версии доклада.

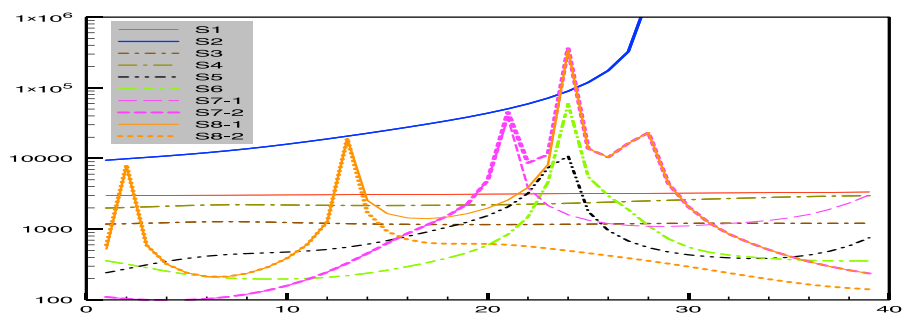


Рис. 2. Энергии Ляпунова соответствующие наиболее динамичным модам системы.

Литература

1. Perez-Arriaga I.J., Verghese G.C., and Schweppe F.C., Selective modal analysis with applications to electric power systems, Part I: Heuristic introduction // IEEE Trans. Power Apparatus Syst. Vol. 101. No. 9. 1982. – P. 3117-3125.
2. Abed E.H., Lindsay D.I., and Hashlamoun W.A., (2000). On participation factors for linear systems // Automatica. Vol. 36. 2000. – P. 1489-1496.
3. Tawalbeh N.I.A., Hamdan A.M.A. Participation Factors and Modal Mobility // Engineering Sciences. Vol. 37. No. 2. 2010. – P. 226-232.
4. Hamzi B., Abed E.H., Local mode-in-state participation factors for nonlinear systems, in 53rd IEEE Conference on Decision and Control, pp. 43-48, Dec. 2014.
5. Song Y., Hill D.J., Liu T., State-in-mode analysis of the power flow Jacobian for static voltage stability // Int. J. Elec. Power Energy Syst. Vol. 105. 2019. – P. 671-678.
6. Chow J. H., Power System Coherency and Model Reduction. Springer. 2013.
7. Manousakis N.M., Korres G.N., and Georgilakis P.S., Optimal placement of phasor measurement units: A literature review, in 16th International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems, pp. 1-6, Nov. 2011, DOI: 10.1109/ISAP.2011.6082183.
8. Genc I., Schattler H., and Zaborszky J., Clustering the bulk power system with applications towards Hopf bifurcation related oscillatory instability // Electric Power Components and Systems. Vol. 33. No. 2. 2005. – P.181-198.
9. Ядыкин И.Б., О свойствах грамианов непрерывных систем управления // Автоматика и телемеханика. № 6. 2010. – С. 39-50.
10. Yadykin, I.B., Iskakov, A.B., Akhmetzyanov, A.V., Stability analysis of large-scale dynamical systems by sub-Gramian approach // Int. J. Robust. Nonlin. Control. Vol. 24. 2014. – P. 1361-1379.
11. Yadykin I.B., Iskakov A.B., Spectral Decompositions for the Solutions of Sylvester, Lyapunov, and Krein Equations // Doklady Mathematics. Vol. 95. No. 1. 2017. – P. 103-107.
12. Vassilyev S.N., Yadykin I.B., Iskakov A.B., Kataev D.E., Grobovoy A.A., Kiryanova N.G., Participation factors and sub-Gramians in the selective modal analysis of electric power systems // IFAC-PapersOnLine. Vol. 50. No. 1. 2017. – P. 14806-14811.
13. Kundur P. Power Systems Stability and Control. McGraw-Hill: New York, 1994.