ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОЦЕНИВАЕМЫХ СИГНАЛОВ В НАБЛЮДАТЕЛЯХ СОСТОЯНИЯ И ВОЗМУЩЕНИЙ[56]

Уткин В.А., Краснова С.А.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва , ул. Профсоюзная д.65
vicutkin@ipu.ru, skrasnova@list.ru

Аннотация: Для наблюдателя состояний и возмущений рассматривается стандартный синтез разрывных корректирующих воздействий, предполагающий возникновение идеальных скользящих режимов в виртуальном пространстве ошибок наблюдения. На практике возникает реальный скользящий режим в пограничном слое поверхности переключения. Предложены способы повышения точности оцениваемых сигналов путем варьированию амплитуд разрывных корректирующих воздействий.

Ключевые слова: наблюдатель состояния и возмущений, скользящий режим, точность оценивания.

Введение

В системах автоматического управления одним из методов обеспечения инвариантности по отношению к внешним согласованным возмущениям является комбинированное управление с компенсацией внешних возмущений на основе их оценок, полученных с помощью динамических наблюдателей. В отличие от асимптотических наблюдателей состояния, наблюдатели с разрывными корректирующими воздействиями, функционирующие в скользящем режиме, при определенных условиях позволяют по имеющимся измерениям получить оценки неизмеряемых переменных состояния и внешних возмущений без использования динамической модели, имитирующей внешние возмущения [1, 2]. Стандартная настройка такого наблюдателя, представленная в разделе 1, сводится к выбору постоянных амплитуд разрывных корректирующих воздействий на основе неравенств и обеспечивает последовательное возникновение скользящих режимов в виртуальном пространстве ошибок наблюдения. В теории рассматриваются идеальные скользящие режимы с бесконечной частотой переключения и движением изображающей точки точно по поверхности разрыва. Однако на практике возникает реальный скользящий режим (с большой, но конечной частотой переключения) в пограничном слое поверхности разрыва, ширина которого прямо пропорциональна амплитуде разрывного управления [3]. При этом на полезный сигнал накладывается паразитная высокочастотная составляющая, что приводит к снижению качества оценивания. В разделе 2 для повышения точности оцениваемых сигналов предлагаются способы снижения допустимых значений амплитуд разрывных

[56] *Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-01-00846А).*

корректирующих воздействий на примере линейной канонической системы с одним входом и одним выходом при действии внешнего, согласованного возмущения.

1 Стандартная процедура синтеза наблюдателя на скользящих режимах

Рассматривается линейная каноническая система при действии внешнего возмущения

(1) $$\dot{x}_i = x_{i+1}, i = \overline{1, n-1}, \dot{x}_n = a^T x + f(t) + u,$$

где $x = \mathrm{col}(x_1,...,x_n) \in R^n$ – вектор состояний; $x_1(t) \in R$ – выходная (измеряемая) переменная; для неизмеряемых переменных $x_i(t)$, $i = \overline{2, n}$ известны границы начальных условий $|x_i(0)| \le X_{0i}$; $a^T = (a_1,...,a_n)$ – постоянные, известные коэффициенты, $u \in R$ – управление, $f(t)$ – неконтролируемое внешнее возмущение, $|f(t)| \le F$, $t \ge 0$, где F – известная константа.

Очевидно, что система (1) является управляемой и наблюдаемой, внешнее возмущение – согласованным. Не детализируя цель и закон управления, для синтеза комбинированной обратной связи ставится задача оценивания неизмеряемых сигналов $x_i(t), i = \overline{2, n}$, $f(t)$ с помощью динамического наблюдателя состояния без ввода динамической модели внешнего возмущения. В таком случае требуется использовать «силовые» методы при синтезе корректирующих воздействий наблюдателя: большие коэффициенты [4, 5] или разрывные управления с организацией скользящего режима [1–3]. Первый подход, как правило, приводит к существенному всплеску вначале переходных процессов, поэтому непосредственно неприменим в системах с линейным управлением. Целесообразно использовать всюду ограниченные, разрывные корректирующие воздействия.

Рассмотрим процедуру синтеза наблюдателя состояния и возмущений на скользящих режимах [1], которой стандартно строится как реплика системы (1) в виде

(2) $$\dot{z}_i = z_{i+1} + v_i, i = \overline{1, n-1}, \dot{z}_n = a^T z + u + v_n,$$

где $z = \mathrm{col}(z_1,...,z_n) \in R^n$ – вектор состояния наблюдателя, $v = \mathrm{col}(v_1,...,v_n) \in R^n$ – разрывные корректирующие воздействия, и дополняется *n* фильтрами с малыми постоянными времени

(3) $$\mu_i \dot{\tau}_i = -\tau_i + v_i, \mu_i > 0, i = \overline{1, n}.$$

Ставится задача стабилизации ошибок наблюдения за заданное время: $\varepsilon_i(t) = x_i(t) - z_i(t) = 0$, $i = \overline{1, n}$, $t > T > 0$. Эта задача решается на основе системы, полученной в силу (1)–(2) в виде:

(4) $$\dot{\varepsilon}_i = \varepsilon_{i+1} - v_i, i = \overline{1, n-1}, \dot{\varepsilon}_n = a^T \varepsilon + f - v_n.$$

Опишем стандартную процедуру синтеза разрывных корректирующих воздействий, основанную на методе разделения движений. Разобьем заданный интервал $[0; T]$ на *n* отрезков с помощью точек $0 \le t_1 < t_2 < ... < t_{n-1} < t_n \le T$. При выборе разрывных корректирующих воздействий в виде

(5) $$v_1 = M_1 \,\mathrm{sgn}\, \varepsilon_1, v_i = M_i \,\mathrm{sgn}\, \tau_{i-1}, i = \overline{2, n},\ M_i = \mathrm{const} > 0,$$

где амплитуды выбираются на основе достаточных условий возникновения скользящих режимов [3]

(6) $$\varepsilon_i \dot{\varepsilon}_i < 0\ (i = \overline{1, n}) \Rightarrow M_i > |\varepsilon_{i+1}|,\ i = \overline{1, n-1};\ \ M_n > a_n |\varepsilon_n| + F$$

при $a_n > 0$; $M_n > F$ при $a_n \le 0$,

в замкнутой системе (3)–(5) последовательно возникают скользящие режимы в виртуальном пространстве ошибок наблюдения на пересечении поверхностей $\varepsilon_i = 0$, и справедливы соотношения:

(7) $$\begin{aligned} &S_1 = \{\varepsilon_1 = 0\} \Rightarrow z_1(t) = x_1(t), \dot{\varepsilon}_1 = \varepsilon_2 - v_{1eq} = 0 \Rightarrow v_{1eq} = \varepsilon_2, \lim_{\mu_1 \to 0} \tau_1 = v_{1eq} \Rightarrow \mathrm{sgn}\, \tau_1(t) = \mathrm{sgn}\, \varepsilon_2(t), t > t_1; \\ &S_i = \{S_{i-1} \cap \varepsilon_i = 0\} \Rightarrow z_i(t) = x_i(t), \dot{\varepsilon}_i = \varepsilon_{i+1} - v_{ieq} = 0 \Rightarrow v_{ieq} = \varepsilon_{i+1}, \lim_{\mu_i \to 0} \tau_i = v_{ieq} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathrm{sgn}\, \tau_i(t) = \mathrm{sgn}\, \varepsilon_{i+1}(t), t > t_i, i = \overline{2, n-1}; \\ &S_n = \{S_{n-1} \cap \varepsilon_n = 0\} \Rightarrow z_n(t) = x_n(t), \dot{\varepsilon}_n = f - v_{neq} = 0 \Rightarrow v_{neq} = f, \lim_{\mu_n \to 0} \tau_n(t) = v_{neq}(t) = f(t), t > t_n, \end{aligned}$$

где v_{ieq} – непрерывное, среднее значение разрывного управления, полученное после фильтрации (3).

Итак, оценками неизмеряемых сигналов служат переменные наблюдателя $z_i(t) = x_i(t)$, $t > t_i$, $i = \overline{2,n}$ и последнего фильтра $\tau_n(t) \approx f(t)$, $t > t_n$, что и решает поставленную задачу наблюдения.

Заметим, что в данном алгоритме установочные значение постоянных амплитуд достаточно велики, так как при анализе достаточных условий (6) учитываются худшие оценки области изменения ошибок наблюдения. Проблема заключается в том, что только в первом уравнении системы (4)–(5) $\operatorname{sgn} v_1 = \operatorname{sgn} \varepsilon_1$ при $t \geq 0$, что обеспечивает монотонную сходимость $\varepsilon_1(t)$ в нуль при любых начальных условиях (обратим внимание, что с учетом измерений можно установить $z_1(0) = x_1(0) \Rightarrow \varepsilon_1(0) = 0$ и $t_1 = 0$). В остальных уравнениях совпадение знаков $\operatorname{sgn} \tau_{i-1} = \operatorname{sgn} \varepsilon_i$, $i = \overline{2,n}$ на интервале $[0; t_{i-1}]$ в общем случае не имеет места и обеспечивается только при $t > t_{i-1}$. Как следствие, в силу структуры системы (4) вначале наблюдается рост абсолютных значений ошибок наблюдения $\varepsilon_i(t)$, $i = \overline{2,n}$, а их монотонная сходимость к нулю гарантируется только при $t > t_{i-1}$.

Пусть, например $z(0) = \vec{0} \Rightarrow |\varepsilon_i(0)| \leq X_{0i}$, $i = \overline{1,n}$. Тогда, например, для нейтральной системы (4), где $a = \vec{0}$, выбор амплитуд (6) с учетом заданного времени $T > 0$ основан на следующих оценках:

$$|\varepsilon_1(t)| \leq |\varepsilon_1(0)| < X_{01},\ |\varepsilon_i(t)| \leq |\varepsilon_i(t_{i-1})| < X_{0i} + (E_{i+1} + M_i)t_{i-1} = E_i,\ i = \overline{2,n},\ E_{i+1} := F, \tag{8}$$

$$M_i > \frac{E_i}{t_i - t_{i-1}} + E_{i+1} = \frac{X_{0i} + (E_{i+1} + M_i)t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} + E_{i+1}, M_i > \frac{X_{0i} + E_{i+1}t_i}{t_i - 2t_{i-1}}, t_i > 2t_{i-1}, i = \overline{n,2}, \tag{9}$$

$M_1 > \dfrac{X_{01}}{t_1} + E_2$, где при $0 < \Delta t = t_1 = t_i - 2t_{i-1},\ i = \overline{2,n}$,

имеем: $T = \Delta t(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{n-1}) \Rightarrow 0 < \Delta t \leq T/(2(2^{n-1} - 1) + 1)$.

2 Повышение точности оцениваемых сигналов

Процедура (7) описывает идеальную ситуацию, когда частота переключений в скользящем режиме бесконечна, быстрая динамика фильтров (3) не учитывается. При микропроцессорной реализации частота переключений большая, но конечная, что приводит к реальному скользящему режиму в пограничном слое $|\varepsilon_i(t)| \leq \delta_i(M_i), t > t_i$, где на полезные сигналы накладываются нерегулярные высокочастотные составляющие, что отразится на качестве управляющего сигнала и управляемого процесса. Для уменьшения пограничного слоя следует по возможности уменьшать амплитуды разрывных корректирующих воздействий.

Из (9) следует, что уменьшение заданного значение $T > 0$ в данном алгоритме приводит к резкому росту нижних оценок для выбора амплитуд. Кроме того, выбор амплитуды M_i зависит от выбора M_{i+1}, поэтому алгоритм настройки существенно усложняется при $a \neq \vec{0}$, а при $a_n > 0$ адекватно выбрать M_n с сохранением иерархии не представляется возможным. Указанных проблем можно избежать, если на интервале $[0; t_{i-1})$ оставлять i-е ($i = \overline{2,n}$) уравнения наблюдателя (2) разомкнутым и включать коррекцию v_i (5) только при $t \geq t_{i-1}$. Это несколько снизит оценочные значения (9) и позволит выбирать амплитуды M_i независимо друг от друга. Еще один прием заключается в использовании переменной, минимально возможной амплитуды в установившемся состоянии, используя сигналы фильтров, дающие оценки правых частей уравнений (4), а именно:

$$M_1(t) = \begin{bmatrix} M_1 = \text{const}, t \in [0; t_1], \\ M_{1\text{var}} = |\tau_1(t)| + \alpha, t > t_1; \end{bmatrix} \quad M_i(t) = \begin{bmatrix} 0,\ t \in [0; t_{i-1}), \\ M_i = \text{const}, t \in [t_{i-1}; t_i], \\ M_{i\,\text{var}} = |\tau_i(t)| + \alpha, t > t_i, i = \overline{2,n}, \end{bmatrix} \tag{10}$$

где $\alpha > 0$ – малая константа, а $M_i = \text{const}$ выбираются на основе неравенств (8)–(9) при $M_{i+1} = 0$.

Если известно, что в управляемом процессе переменные состояния ограничены $|x_i| \leq X_i$, $i = \overline{2,n}$, $t \geq 0$, то вместе с логикой настройки (10) можно также использовать наблюдатели другой структуры:

(11) $\dot z_i = z_{i+1} + v_i, i = \overline{1, n-1}, \dot z_n = a^T x + u + v_n$ или $\dot z_i = v_i, i = \overline{1, n-1}, \dot z_n = u + v_n$.

В наблюдателях (11), (3) снимается проблема выбора амплитуд при $a_n > 0$. В первом наблюдателе (11) настройка амплитуд корректирующих воздействий (5) выполняется на основе неравенств (8)–(9), где $E_{i+1} := F + |a_1| X_1 + ... + |a_1| X_2$, и $f(t) \approx \tau_n(t) - a^T z$, $t > t_n$. Для второго наблюдателя (11) установочные выражения (5)–(6) имеют вид

$$v_1 = M_1 \operatorname{sgn} \varepsilon_1, v_i = M_i \operatorname{sgn}(\tau_{i-1} - z_i), i = \overline{2, n};\ M_i > X_{i+1},\ i = \overline{1, n-1};\ M_n > |a_1| X_1 + ... + |a_n| X_n + F$$

и не требуют оценивания области изменения ошибок наблюдения, если время T не задано. Кроме того, наблюдатели (11) позволяют оценить $x_i(t), \overline{2, n}$, если параметры a_i точно не известны.

Полученные результаты могут быть распространены на системы общего вида, представленные в блочной форме наблюдаемости с учетом внешних возмущений [1].

Литература

1. *Краснова С.А., Уткин В.А.* Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. – М.: Наука, 2006. – 272 с.
2. *Edwards C., Spurgeon S.* Sliding mode control: theory and applications. – Taylor & Francis, 1998. – 237 p.
3. *Емельянов С.В., Коровин С.К.* Новые типы обратной связи: Управление при неопределенности. – М.: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 1997. – 352 с.
4. *Коровин С.К., Фомичев В.В.* Наблюдатели состояния для линейных систем с неопределенностью. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 224 с.
5. *Khalil H.K., Praly L.* High-gain observers in nonlinear feedback control // Int. J. Robust and Nonlinear Control. Vol. 24. 2014, № 6. P. 993–1015.