

## **СИНТЕЗ ПОДСИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ ДЛЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

**Кокунько Ю.Г., Краснов Д.В.**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65  
juliakokunko@gmail.com, dim93kr@mail.ru*

*Аннотация: В рамках синтеза системы слежения для беспилотного летательного аппарата (БПЛА) при действии внешних неконтролируемых возмущений и неполных измерениях вектора состояния разработана структура подсистемы наблюдения, которая включает два наблюдателя состояния. Первый наблюдатель дает оценки скоростей по измерениям координат центра масс БПЛА. Второй наблюдатель по измерениям ошибок слежения дает оценки смешанных переменных (функций от переменных состояния, внешних воздействий и их производных), по которым формируется обратная связь.*

Ключевые слова: БПЛА, слежение, наблюдатель состояний и возмущений, кусочно-линейные функции

### **Введение**

Разработка беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) с автоматическим управлением является перспективным направлением военной и гражданской авиации. В работах, посвященных синтезу систем автоматического управления летательными аппаратами, как правило, в законе управления

используется весь вектор состояния, подлежащий прямым измерениям, а модель объекта расширяется за счет ввода автономных динамических моделей, имитирующих действие внешних возмущений [1–3]. В данной работе в рамках блочного подхода [4–6] решается задача синтеза обратной связи, обеспечивающей движение центра масс БПЛА по заданной пространственной траектории при действии внешних, неконтролируемых возмущений. Для реализации базового закона управления разработана двухконтурная подсистема наблюдателей состояния, дающих текущие оценки внутренних и внешних неизмеряемых сигналов без использования их динамических моделей.

## 1 Базовый закон управления

Рассматривается движение центра масс БПЛА в виде пространственного движения материальной точки в траекторной системе координат [7]:

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{L} &= V \cos \vartheta \cos \psi, \quad \dot{H} = V \sin \vartheta, \quad \dot{Z} = -V \cos \vartheta \sin \psi; \\ \dot{V} &= (u_1 - \sin \vartheta)g + \eta_1(t), \quad \dot{\vartheta} = \frac{(u_2 - \cos \vartheta)g}{V} + \eta_2(t), \quad \dot{\psi} = -\frac{gu_3}{V \cos \vartheta} + \eta_3(t), \end{aligned}$$

где  $L$  – продольная дальность,  $H$  – высота,  $Z$  – боковое смещение,  $V$  – путевая скорость,  $\vartheta$  – угол наклона траектории,  $\psi$  – угол курса;  $g = 9,8$  [м/с<sup>2</sup>] – ускорение свободного падения;  $u_1 = n_x$ ,  $u_2 = n_y \cos \gamma$ ,  $u_3 = n_y \sin \gamma$  – управляющие воздействия, выраженные через продольную  $n_x$  и поперечную  $n_y$  перегрузки, а также угол крена  $\gamma$  вектора перегрузки,  $|\gamma| < \pi$ ;  $\eta = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)^T$  – вектор внешних неконтролируемых возмущений,  $|\eta_i(t)| \leq N_i$ ,  $|\dot{\eta}_i(t)| \leq \bar{N}_i$ ,  $t \geq 0$ ,  $i = \overline{1,3}$ .

Введем обозначения  $y_{11} = L$ ,  $y_{12} = H$ ,  $y_{13} = Z$  и, учитывая, что в режиме полета  $V(t) > 0$ ,  $|\vartheta(t)| < \pi/2$ ,  $|\psi(t)| < \pi$ , выполним диффеоморфную замену локальных координат

$$(2) \quad y_{21} = V \cos \vartheta \cos \psi, \quad y_{22} = V \sin \vartheta, \quad y_{23} = -V \cos \vartheta \sin \psi.$$

В силу (2) система (1) представима в каноническом виде:

$$(3) \quad \dot{y}_1 = y_2, \quad \dot{y}_2 = fg + C(V, \vartheta, \psi)\eta(t) + B(\vartheta, \psi)u, \quad f = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = g \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & -\sin \vartheta \cos \psi & \sin \psi \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ -\cos \vartheta \sin \psi & \sin \vartheta \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix},$$

$$\det B \equiv g^3 \neq 0, \quad C = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & -V \sin \vartheta \cos \psi & -V \cos \vartheta \sin \psi \\ \sin \vartheta & V \cos \vartheta & 0 \\ -\cos \vartheta \sin \psi & V \sin \vartheta \sin \psi & -V \cos \vartheta \cos \psi \end{pmatrix}.$$

Сформируем закон управления в форме комбинированной обратной связи, обеспечивающий вывод центра масс БПЛА на пространственную траекторию и его движение вдоль нее, заданной параметрически в системе координат  $y_1(t) = \text{col}(y_{11}, y_{12}, y_{13})$  в виде  $y_{1d}(t) = \text{col}(y_{11d}, y_{12d}, y_{13d})$ ,  $|y_{1d}^{(j)}(t)| \leq Y_{ji} \quad \forall t \geq 0, i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}$ , учтя для переменных системы (3) проектные ограничения:

$$(4) \quad |y_{1i}(t)| \leq Y_{1i}, \quad |y_{2i}(t)| \leq Y_{2i}, \quad |\dot{y}_{2i}(t)| \leq \bar{Y}_{2i}, \quad |u_i(t)| \leq U_i, \quad t \geq 0, \quad i = \overline{1,3}.$$

Другими словами, требуется обеспечить стабилизацию ошибок слежения  $e_1 = y_1 - y_{1d}$ . Для синтеза системы слежения используем блочный подход [4–6]:

$$(5) \quad e_2 = y_2 - \dot{y}_{1d} + K_1 e_1, \quad e_3 = C(V, \vartheta, \psi)\eta(t) - \ddot{y}_{1d}, \quad e_j = \text{col}(e_{j1}, e_{j2}, e_{j3}), \quad j = \overline{1,3}$$

и представим систему (3) в виде блочной формы вход–выход относительно ошибок слежения:

$$(6) \quad \dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \quad \dot{e}_2 = K_1(-K_1 e_1 + e_2) + fg + e_3 + B(\vartheta, \psi)u,$$

где  $K_j = \text{diag}(k_{ji}), k_{ji} > 0, j = 1, 2, i = \overline{1,3}$ , а переменные  $e_3$  (5) трактуются как внешние согласованные возмущения. В терминах системы (6) сформируем базовый закон комбинированного управления

$$(7) \quad u = -B^{-1}(\vartheta, \psi)(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)e_2 + e_3 + fg), \quad B^{-1} = \frac{1}{g} \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & \sin \vartheta & -\cos \vartheta \sin \psi \\ -\sin \vartheta \cos \psi & \cos \vartheta & \sin \vartheta \sin \psi \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix},$$

который обеспечивает следующий вид замкнутой (6)–(7) системы  $\dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \dot{e}_2 = -K_2 e_2$ , и экспоненциальную устойчивость ошибок слежения:  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e_{1i} = 0, i = \overline{1,3}$ . Выбором постоянных элементов матриц обеспечивается желаемая скорость сходимости ошибок слежения.

## 2 Синтез подсистемы наблюдения

Потребностями базового закона управления (7) продиктована структура подсистемы наблюдения. При отсутствии в контуре управления генератора задающих воздействий целесообразно включить в подсистему наблюдения два наблюдателя: 1) для оценивания скоростей  $y_2(t)$  по измерениям  $y_1(t)$ ; 2) для оценивания смешанных переменных (5) по измерениям  $e_1(t)$ . В отличие от стандартных наблюдателей пониженного порядка, где отбрасывается подсистема, описывающая динамику измеряемых переменных, предлагается отбросить динамику неизмеряемых переменных, а требуемые оценки получить с помощью корректирующих воздействий наблюдателя.

Для оценивания косинусов (синусов) углов наклона траектории  $\mathcal{G}$  и курса  $\psi$ , требуемых для формирования в законе управления (7) матрицы  $B^{-1}(\mathcal{G}, \psi)$ , первый наблюдатель построим на основе укороченной системы (3), а именно,  $\dot{y}_1 = y_2$ , где переменные  $y_1(t)$  измеряются, а  $y_2(t)$  трактуются как внешние ограниченные возмущения с ограниченными производными (4). Получим

$$(8) \quad \dot{z}_0 = v_0(\varepsilon_0), \quad z_0 \in R^3, \quad v_0 \in R^3, \quad \varepsilon_0 = y_1 - z_0 \in R^3.$$

Задача наблюдения сводится к задаче стабилизации с заданной точностью ошибок наблюдения  $\varepsilon_0$  и их производных  $\dot{\varepsilon}_0 = y_2 - v_0$ :

$$(9) \quad |\varepsilon_{0i}(t)| \leq \alpha, \quad t > t_{01} \geq 0, \quad |\dot{\varepsilon}_{0i}(t)| = |y_{2i}(t) - v_{0i}(t)| \leq \alpha, \quad t > t_0 > t_{01}, \quad i = \overline{1,3}.$$

Тогда при  $t > t_0$  корректирующие воздействия  $v_0$  служат оценками «внешнего возмущения»  $v_{0i}(t) = y_{2i}(t) \pm \alpha$  и используются для вычисления элементов матрицы  $B^{-1}(\mathcal{G}, \psi)$  в силу (2):

$$(10) \quad \tilde{V} = \sqrt{v_{01}^2 + v_{02}^2 + v_{03}^2} \neq 0, \quad \sin \tilde{\mathcal{G}} = \frac{v_{02}}{\tilde{V}}, \quad \cos \tilde{\mathcal{G}} = \sqrt{1 - \frac{v_{02}^2}{\tilde{V}^2}}, \quad \cos \tilde{\psi} = \frac{v_{01}}{\tilde{V} \cos \tilde{\mathcal{G}}}, \quad \sin \tilde{\psi} = -\frac{v_{03}}{\tilde{V} \cos \tilde{\mathcal{G}}}.$$

Для обеспечения (10) используются корректирующие воздействия в виде ограниченных, кусочно-линейных функций с двумя настраиваемыми параметрами:

$$(11) \quad v_{0i} = M_{0i} \text{sat}(l_{0i} \varepsilon_{0i}), \quad M_{0i}, l_{0i} = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1,3}, \quad M_{0i} \text{sat}(l_{0i} \varepsilon_{0i}) = \begin{cases} M_{0i} \text{sign} \varepsilon_{0i}, & |\varepsilon_{0i}| > 1/l_{0i}; \\ M_{0i} l_{0i} \varepsilon_{0i}, & |\varepsilon_{0i}| \leq 1/l_{0i}. \end{cases}$$

Амплитуды  $M_{0i} > 0$  выбираются исходя из достаточных условий  $\varepsilon_{0i} \dot{\varepsilon}_{0i} < 0$  так, чтобы при  $|\varepsilon_{0i}(0)| > 1/l_{0i}$  за конечное время попасть в линейную зону, а при  $|\varepsilon_{0i}(0)| < 1/l_{0i}$  – не выйти из нее. Неравенства для выбора  $l_{0i}$  для обеспечения заданной точности оценивания (10) имеют вид:

$$(12) \quad l_{0i} > \frac{1}{M_{0i}(\alpha - \bar{\alpha}_i)} \max\{Y_{2i}, \bar{Y}_{2i}\}, \quad i = \overline{1,3}.$$

Для получения оценок смешанных переменных  $e_2(t), e_3(t)$  по измерениям  $e_1(t)$  построим второй наблюдатель как реплику системы (6):

$$(13) \quad \dot{z}_1 = -K_1 e_1 + z_2 + v_1, \quad \dot{z}_2 = -K_2 e_1 + K_1 z_2 + fg + \tilde{B}u + v_2,$$

где  $z_{1,2} \in R^3$  – вектор состояния,  $v_{1,2} \in R^3$  – вектор корректирующих воздействий наблюдателя.

Относительно ошибок наблюдения  $\varepsilon_j = e_j - z_j \in R^3, j = 1, 2$  получим систему

$$(14) \quad \dot{\varepsilon}_{1i} = \varepsilon_{2i} - v_{1i}, \quad \dot{\varepsilon}_{2i} = k_{1i} \varepsilon_{2i} + \bar{e}_{3i} - v_{2i}, \quad i = \overline{1,3},$$

где переменные  $\bar{e}_3 = e_3 + \Delta B u$  трактуются как внешние возмущения, ограниченные вместе со своими производными, динамическая модель возмущений в построения не вводится.

Аналогично (12) в (14) используются непрерывные, ограниченные корректирующие воздействия

$$(15) \quad v_{1i} = M_{1i} \text{sat}(l_{1i} \varepsilon_{1i}), \quad v_{2i} = M_{2i} \text{sat}(l_{2i} v_{1i}) = M_{2i} \text{sat}(l_{2i} (\varepsilon_{2i} - \dot{\varepsilon}_{1i})).$$

Получены неравенства для выбора параметров  $M_{1,2(i)} > 0$ ,  $l_{1,2(i)} > 0$ , при которых обеспечивается заданная точность оценивания:  $z_{2i}(t) = e_{2i}(t) \pm \beta$ ,  $t_1 > t_0$ ,  $v_{2i}(t) = e_{3i}(t) \pm \gamma \forall t_2 > t_1$ ,  $i = \overline{1,3}$ . При этом базовый закон управления (7) в замкнутой системе (1) реализуется в виде  $u = -B^{-1}(\tilde{g}, \tilde{\psi})(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)z_2 + v_2 + fg)$  и обеспечивает стабилизацию ошибок слежения.

По сравнению со стандартными наблюдателями на скользящих режимах [8] наблюдатели (9), (12) и (14), (16) имеют следующие преимущества: динамический порядок меньше в два раза, оценочные сигналы гладкие, требуется меньшее время счета.

### **Заключение**

Основной результат данной работы – процедуры синтеза наблюдателей состояния и возмущений пониженного порядка нового типа, не требующие расширения пространства состояний за счет динамической модели внешних возмущений. Построение данных наблюдателей на основе преобразованных систем существенно упрощает структуру регулятора, так как оцениванию подлежат смешанные переменные, по которым формируется обратная связь. Реализация разработанных алгоритмов, не требующих перенастройки при изменении внешних воздействий, повысит функциональность системы управления БПЛА и ее надежность при отказе измерительных устройств.

Результаты моделирования подтвердили эффективность разработанного подхода.

### **Литература**

1. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Современные направления синтеза систем автоматического управления ЛА // Известия РАН. ТиСУ. 2004. № 2. – С. 126–136.
2. Колесников А.А., Кобзев В.А. Динамика полета и управление: синергетический подход. – Таганрог: ТТИ ЮФУ, 2009. – 198 с., 2003. – 282 с.
3. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией внешних возмущений. – СПб.: Наука, 2003. – 282 с.
4. Краснова С.А., Мысик Н.С. Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата // Автоматика и телемеханика. 2011. № 10. – С. 104–116.
5. Краснова С.А., Уткин А.В. Анализ и синтез минимально-фазовых нелинейных SISO-систем при действии внешних несогласованных возмущений // Проблемы управления. 2014. №6. С. 22–30.
6. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В. Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения // Автоматика и телемеханика. 2017. № 12. – С.26–53.
7. Канатников А.Н., Лю В., Ткачев С.Б. Путьевые координаты в задаче следования вдоль пространственного пути // Математическое моделирование. 2017. Т. 29. № 10. – С. 5–19.
8. Краснова С.А., Уткин В.А. Каскадный синтез наблюдателей состояния динамических систем. – М.: Наука, 2006. – 272 с.