МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИ РАЗРАБОТКЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ СВЕРХТЯЖЕЛЫХ НЕФТИ И БИТУМА ПО ТЕХНОЛОГИИ ПАРОГРАВИТАЦИОННОГО

Боронин И.А.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
boronin@ipu.ru,

Самохин А.В.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
Московский государственный технический университет инженеров гражданской авиации, г. Москва, Кронштадтский б-р, 20
samohinalexey@gmail.com

Аннотация: В работе рассматривается разработка месторождений сверхтяжелых нефти и битума по технологии парогравитационного дренажа (ПГД или SAGD – steam assisted gravity drainage). Сложность контроля параметров паровой камеры (давление и температура вдоль скважины) затрудняет управление процессом добычи. Для принятия решений необходимо иметь представление об эволюции паровой камеры, величине притока нефти в добывающую скважину, о запасах сырья, извлекаемых этим методом и т.д. Представлена математическая модель ПГД, учитывающая трехфазность процесса и его нестационарность.

Ключевые слова: асимптотики, интегрируемость, трехфазная фильтрация.

Введение

Метод ПГД предполагает использование двух горизонтальных скважин, расположенных одна над другой. Верхняя скважина используется для нагнетания пара и создания в пласте высокотемпературной паровой камеры, на внутренней поверхности которой пар конденсируется и вместе с разогретой нефтью стекает к нижней трубе добывающей скважины.

Термодинамически равновесный поток пара, нефти и воды описывается уравнениями сохранения импульса для каждой из фаз, дополненными тремя уравнениями сохранения массы и уравнением сохранения энергии. Модель учитывает теплообмен, изменение массы фаз за счет фазового перехода. Массовые стоки определяются в результате моделирования процессов тепло- и массопереноса в двумерных поперечных (по отношению к трубе) срезах пласта.

1 Моделирование трехфазного процесса в паровой камере

Рассмотрим двумерную динамику пара, нефти и воды в пористой среде. Эти компоненты будем называть фазами. Пусть $x = (x, y, z)$ — декартовы координаты (x – горизонтальная поперёк трубы, y - вдоль трубы, z – вертикальная) и t — время.

Система дифференциальных уравнений, описывающая фильтрацию, составлена из законов сохранения для массы, импульса и энергии (см. [3]).

Уравнения сохранения массы для расслоенного режима потока жидких и газовой фаз имеют следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(m\rho_i s_i\right) + div(\rho_i U_i) = \mu_i$$

где ρ_i, s_i, U_i — плотность, насыщенность и скорость i-ой фазы соответственно, m — пористость, т.е. доля объёма пор в общем объёме пористой среды. Насыщенность s_i — это безразмерная величина, показывающая какую часть занимает i-ая фаза в единице объема пор ($0 < s_i < 1$); $\mu_1 = -\mu_2$ – изменение массы фаз воды и пара за счет фазового перехода; $\mu_3 = 0$ для нефти.

Законы сохранения импульса сводятся в данной ситуации к закону Дарси для каждой фазы:

$$U_i = -\frac{k}{\gamma_i} f_i(s_i)(\nabla p_i - g\rho_i \nabla z)$$

где $f_i(s_i)$ — относительная фазовая проницаемость i-ой фазы (безразмерная величина), $0 < f_i(s_i) < 1$, p_i — парциальное давление i-ой фазы, ∇p_i — градиент парциального давления, k — коэффициент проницаемости пористой среды, γ_i и s_i — вязкость и насыщенность i-ой фазы соответственно; g – константа тяготения. Заметим, что $s_1 + s_2 + s_3 = 1$.

Рассматривается однотемпературная модель. Предполагается, что все фазы и пористая среда имеют одинаковую температуру, диссипация энергии отсутствует. Это влечет мгновенную передачу тепла и закон сохранения энергии может быть записан в виде уравнения переноса тепла:

$$\frac{\partial}{\partial t}(C\theta) + div(\theta \sum_i \rho_i c_i U_i) = 0,$$

где $\theta = \theta(t, x)$ — отклонение температуры от равновесного состояния,

$$C = (1-m)c_0\rho_0 + mc_1\rho_1 s_1 + mc_2\rho_2 s_2 + mc_3\rho_3 s_3,$$

c_0, c_1, c_2, c_3 — удельные теплоёмкости пористой среды, первой, второй и третьей фаз соответственно, которые считаем постоянными, ρ_0 — плотность пористой среды.

Считая, что коэффициент пористости зависит от температуры и координат точки паровой камеры: $m = m(x, \theta)$, а вязкости фаз и плотности пористой среды и фаз зависят от температуры: $\mu_1 = \mu_1(\theta)$, $\gamma_i = \gamma_i(\theta)$, $\rho_j = \rho_j(\theta)$, где $i = 1, 2, 3$; $j = 0, 1, 2, 3$. Пренебрегая капиллярными силами, учитывая тот факт, что в технологии ПГД давление поддерживается постоянным и полагая $\gamma_i = \gamma_{i0} e^{-\alpha_i \theta}$, получим:

$$U_i = kg\gamma_{i0}^{-1} e^{\alpha_i \theta} f_i(s_i)\rho_i \nabla z.$$

В качестве уравнения состояние используется уравнение Редлиха – Квонга, потому что является самой удачной эмпирической модификацией ранее известных уравнений состояния.

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{\sqrt{T}V(V+b)}$$

Положим $s_3 = 1 - s_1 - s_2$. Таким образом, неизвестными функциями в задаче являются $s_i(t, x, z)$, где $i = 1, 2, 3$,$\theta(t, x, z)$ и ρ_1.

2 Задача управления и начально-граничные условия

В технологии ПГД используются две горизонтальные скважины расположенные друг над другом. По верхней скважине подаётся пар постоянного давления, нижняя скважина служит для отбора нефте-водяной смеси, которая стекает вниз под действием силы тяжести. Таким образом, в задаче два управляющих параметра, это температура подаваемого пара для верхней трубы и скорость отбора нефте-водяной смеси для нижней трубы.

Если $P = (x_0, z_0)$ - расположение в верхней трубы, то

$$s_1\big|_P = 1,\ s_2\big|_P = s_3\big|_P = 0,\ \theta\big|_P = u(t)\delta(P).$$

Если $Q = (x_0, z_1)$ - расположение нижней трубы, то

$$s_1\big|_Q = 0,\ \frac{\partial}{\partial t}(s_2 + s_3)\bigg|_P = v(t)\delta(Q).$$

Где $u(t)$ и $v(t)$ – управляющие параметры.

Трёхмерная по пространству задача, решается как набор двумерных задач для дискретного набора $y_1, y_2, \ldots, y_n$ а затем интерполируется.

Литература

1. *A.V. Akhmetzyanov, A.G. Kushner, V.V. Lychagin.* Mass and heat transport in the two-phase Buckley–Leverett Model, Journal of Geometry and Physics, Vol. 113 (2017) – P. 2–9.

2. *A.V. Akhmetzianov, A.G. Kushner, V.V. Lychagin.* Long-time asymptotics for the Buckley-Leverett models of development of oil and gas fields // Application of Information and Communication Technologies – AICT2017. Moscow, Russia, 20–22 Sept. 2017. Conf. Proc., – P. 505-507.

3. *G.I. Barenblatt, V.M. Entov, V.M Ryzhik.* Theory of Fluid Flows Through Natural Rocks. Kluwer, 396 pp., 2010.