СЕКЦИЯ 5: НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫМИ СИСТЕМАМИ

СРАВНЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ С ПРОГНОЗИРУЮЩИМИ МОДЕЛЯМИ С РЕГУЛЯТОРОМ НА ОСНОВЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ[53]

Белинская Ю.С., Макаров Д.А.

Институт системного анализа ФИЦ ИУ РАН, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Московский физико-технический институт просп. 60-летия Октября, д. 9

belinskaya.us@gmail.com, makarov@isa.ru

Аннотация: Рассматривается задача терминального управления для простого двигателя. Предполагается, что предварительно решена задача построения траектории. Далее решается задача следования по пути. Сравниваются подход, основанный на управлении с прогнозирующими моделями (MPC) и непрерывный регулятор. Результаты численных экспериментов показывают преимущество непрерывного регулятора.

Ключевые слова: дифференциально-плоские системы, model predictive control, задача терминального управления, численные эксперименты.

Введение

В связи с развитием компонентной базы и программного обеспечения все большее распространение получают автономные беспилотные транспортные средства (ТС) [1, 2]. Особенно актуальным является управление перемещением большой группой таких агентов [2, 3] в условиях наличия ограничений. Например, необходимо учитывать максимальные допустимые скорости и ускорения ТС, присутствие как статических (стены домов и коридоров, деревья), так и динамических (другие движущиеся агенты и предметы) препятствий. Наличие ограничений и нелинейность модели объекта управления затрудняют прямое применение методов оптимального нелинейного управления.

Для решения этой задачи обычно используют следующий подход [4 – 6]. Вначале с помощью интеллектуального планирования без учета динамики ТС относительно быстро ищется допустимая траектория перемещения объекта управления. Затем строится управление, реализующее найденную планируемую траекторию с учетом динамики модели.

В настоящей работе на примере задачи реализации ряда желаемых траекторий сравнивается эффективность подхода из [7, 8], основанного на свойстве дифференциальной плоскостности системы, и управления с прогнозирующими моделями (Model Predictive Control - MPC), которое получает все большее распространение в области автономных ТС (см., например, [4, 5, 9, 10]).

Достоинством первого подхода является его вычислительная эффективность и простота реализации. К недостаткам можно отнести требование плоскостности модели объекта управления, а также отсутствие явно задаваемого критерия оптимальности. Управление на базе MPC, напротив, позволяет задать критерий в явном виде, работает с более широким классом моделей, но может потребовать значительное количество вычислительных ресурсов.

В настоящей работе с помощью численных экспериментов сравнивается эффективность двух подходов для решения задач навигации в условиях внешних возмущений и без них. Желаемые траектории считаются известными. Они были взяты из работы [6].

Отметим, что подход из [7, 8] позволяет получить непрерывное управление, тогда как MPC подход – дискретное. Здесь мы предполагаем, что для решения задачи управления непрерывной моделью ТС может быть применено как непрерывное, так и дискретное управление.

1 Постановка задачи и построение регуляторов

В данной работе предполагается, что планируемая (желаемая) траектория $tr_{0.x}$ уже построена планировщиком из [7] и учитывает все статические и динамические препятствия. Таким образом, задача заключается в построение управления, которое обеспечивает следование по заданной

[53] *Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 18-37-20032 и 17-07-00281)*

траектории. Для этого мы предполагаем, что система является дифференциально-плоской, т.е. она эквивалентна системе вида

(1) $$\ddot{x} = u(x,t), \quad x(0) = x^0,$$

где $\ddot{x} = d^2x/dt^2$ — вторая производная по времени, x^0 — начальное состояние, $u(x,t) \in \mathbb{R}$ — управление. Ограничения на скорость и ускорение заданы следующим образом:

(2) $$|\dot{x}(t)| \le v_{\max} > 0, \quad |\ddot{x}(t)| \le a_{\max} > 0, \quad \forall t \ge 0.$$

Также считаем, что $x^0 = tr_{0,x}(0)$. Далее ищем допустимое управление $u(x,t)$, обеспечивающее асимптотическую устойчивость (1) вокруг желаемой траектории $x^*(t)$ с учетом ограничений (2).

Для решения поставленной задачи используем два подхода: основанный на MPC и на свойстве дифференциальной плоскостности системы.

Первый подход широко известен и описан в [11]. Его главная идея заключается в построении управления, минимизирующего критерий

(3) $$J = \sum_{i=0}^{p-1} \left((\boldsymbol{e}(k+i))' Q\boldsymbol{e}(k+i) + (\boldsymbol{u}(k+i))' R\boldsymbol{u}(k+i) \right) \to \min_u,$$

где p — горизонт предсказания, $\boldsymbol{e}(k+i) = \boldsymbol{r}(k+i) - \boldsymbol{x}(k+i)$; где $\boldsymbol{r}(k+i)$ и $\boldsymbol{x}(k+i)$ — значение референсной и действительной траектории на i-том шаге предсказания, $\boldsymbol{u}(k+i)$ - значение управляющего воздействия на этом шаге, Q и R - квадратные неотрицательно-определенные матрицы весов.

Далее опишем построение регулятора, основанного на дифференциальной плоскостности. При построении траектории предполагалось, что разгон до требуемой скорости осуществляется мгновенно, однако это невозможно в силу ограничений (2). Поэтому движение по пространственной координате осуществляется в три этапа: разгон с максимальным ускорением, равномерное движение с постоянной скоростью, полная остановка. Пусть $x_f \neq x_0$, где x_f и x_0 — координата окончания и начала данного этапа траектории. Если условие

(4) $$D_x = (t_f - t_0)^2 a_{\max}^2 - 4(x_f - x_0) a_{\max} \ge 0,$$

выполнено, где t_f и t_0 — время окончания и начала данного этапа траектории $tr_{0,x}$, вычисляем скорость равномерного движения следующим образом:

(5) $$v_x = \begin{cases} \frac{1}{2}((t_f - t_0)a_{\max} - \sqrt{D_x}), x_f > x_0, \\ \frac{1}{2}((t_f - t_0)a_{\max} + \sqrt{D_x}), x_f < x_0. \end{cases}$$

Если условие (4) не выполнено, предполагаем, что $v_x = v_{\max}$. Закон движения $x_r(t)$ на этапе ускорения ищем в пространстве полиномов, таких, что

(6) $$x_r(t_0) = x_0, \quad \dot{x}_r(t_0) = 0, \quad \dot{x}_r(t_0 + t_r) = v_x,$$

где $t_r = v_x / a_{\max}$ — время этапа ускорения. Закон равномерного движения мы определяем следующим образом: $x_s(t) = v_x(t - t_0 - t_r) + x(t_0 + t_r)$. Закон движения $x_d(t)$ на этапе торможения ищем в пространстве многочленов третьего порядка при выполнении условий:

(7) $$x_d(t_f - t_r) = x_s(t_f - t_r), \quad \dot{x}_d(t_f - t_r) = v_x, \quad x_d(t_f) = x_f, \quad \dot{x}_d(t_f) = 0.$$

Желаемую траекторию с учетом кинематических ограничений определяем как кусочно-линейную функцию, составленную из полиномов $x_r(t)$, $x_s(t)$, $x_d(t)$. Если же $x_0 = x_f$, предполагаем, что $x^*(t) \equiv x_0$. Используем обратную связь по состоянию следующего вида:

(8) $$u(x,t) = (\lambda_1 + \lambda_2)(\dot{x}(t) - \dot{x}^*(t)) - \lambda_1 \lambda_2 (x(t) - x^*(t)),$$

где λ_1 и λ_2 — корни характеристического полинома дифференциального уравнения на переменную $e = x(t) - x^*(t)$.

2 Результаты численных экспериментов

Для проведения численных экспериментов были взяты 10 путей, построенных на этапе планирования. Далее для каждого пути провели сравнение численного значения критерия (3) для траектории и управления, построенного по каждому из методов. Кроме того, были проведены численные эксперименты и вычислен критерий (3) при наличии случайного шума при управлении. Шум считался непрерывным, распределенным по стандартному нормальному закону. Результаты расчета критерия в обоих случаях отражены в табл. 1.

Таблица 1. Значение критерия для разных регуляторов.

Номер пути	При отсутствии шума		При наличии шума	
	MPC регулятор	Непрерывный регулятор	MPC регулятор	Непрерывный регулятор
1	64.30	7.42	100.71	8.39
2	82.86	53.48	125.14	55.87
3	70.90	23.71	66.83	24.91
4	18.29	19.14	43.23	20.32
5	61.27	32.40	69.91	32.49
6	35.98	19.54	56.74	19.96
7	59.78	35.33	71.90	35.90
8	60.82	9.63	78.56	10.44
9	42.58	28.95	51.26	29.25
10	48.30	30.09	70.32	30.42

3 Заключение и дальнейшие работы

Результаты численных экспериментов показывают высокую эффективность обоих методов для поставленной задачи управления, но непрерывный регулятор демонстрирует лучшую производительность по критерию в большинстве случаев как при отсутствии шума, так и при его наличии. Кроме того, он более эффективен с вычислительной точки зрения. Таким образом, использование непрерывного регулятора кажется более предпочтительным для управления беспилотными ТС, чем MPC. Заметим, что несмотря на меньший расход управления для непрерывного регулятора, этот тип регулятора характеризуется б**о**льшим по модулю управляющим сигналом и более частым переключением управления, что может привести к сложностям при его использовании в практических случаях.

В дальнейшем мы планируем сравнить вычислительную эффективность обоих подходов и реализовать плоскостный подход для дискретных систем.

Литература

1. *Cai G., Dias J.,* Seneviratne L. A survey of small-scale unmanned aerial vehicles: Recent advances and future development trends //Unmanned Systems. 2014. Vol. 2 (2). Pp. 175-199.

2. *Das B., Subudhi B., Pati B. B*. Cooperative formation control of autonomous underwater vehicles: An overview //International Journal of Automation and computing. 2016. Vol. 13(3). Pp. 199-225.

3. *Rao S., Ghose D.* Sliding mode control-based autopilots for leaderless consensus of unmanned aerial vehicles //IEEE transactions on control systems technology. 2013. Vol. 22(5). Pp. 1964-1972.

4. *Nieuwenhuisen M., Behnke S.* 3D planning and trajectory optimization for real-time generation of smooth MAV trajectories // Mobile Robots (ECMR). 2015 European Conference on. IEEE. 2015. Pp. 1-7.

5. *Nieuwenhuisen M., Behnke S.* Local multiresolution trajectory optimization for micro aerial vehicles employing continuous curvature transitions // Intelligent Robots and Systems (IROS), 2016 IEEE/RSJ International Conference on. IEEE. 2016. Pp. 3219-3224.

6. *Yakovlev K., Andreychuk A, Belinskaya J. and Makarov D.* Combining Safe Interval Path Planning and Constrained Path Following Control: Preliminary Results // Proceeding of the 4th International Conference on interactive collaborative robotics (ICR 2019), Istanbul, Turkey, August 20-25, 2019 (в печати).

7. *Белинская Ю.С., Четвериков В.Н.:* Управление четырехвинтовым вертолетом. Наука и образование (МГТУ им. Н.Э. Баумана, электр. журн.) 5, 157-171, 2012.

8. *Chetverikov, V.N.:* Flatness of dynamically linearizable systems. Differential equations. 40, 12, 1747-1756 (2004).

9. *Ganga G., Dharmana M. M.* MPC controller for trajectory tracking control of quadcopter //2017 International Conference on Circuit, Power and Computing Technologies (ICCPCT). IEEE, 2017. Pp. 1-6.

10. *Chao Z. et al*. Collision-free UAV formation flight control based on nonlinear MPC //2011 international conference on electronics, communications and control (ICECC). IEEE, 2011. Pp. 1951-1956.

11. *Grüne L., Pannek J.* Nonlinear Model Predictive Control: Theory and Algorithms. New York: Springer, 2016. 463 p.