

## **ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ МЕХАНИЗМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НЕМАНИПУЛИРУЕМОСТИ**

**Щепкин А.В.**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,  
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65  
av\_shch@mail.ru*

*Аннотация: Рассматривается механизм распределения финансовых средств на основе принципа равных рентабельностей среди исполнителей – монополистов. Распределение финансов осуществляется после получения от исполнителей значений плановых затрат на выполнение работы. Определяются параметры механизма, побуждающие исполнителей определять плановые затраты максимально приближенные к фактическим затратам. Анализируются условия, исключающие заинтересованность исполнителей в завышении плановых затрат на выполнение работ.*

Ключевые слова: плановые затраты, фактические затраты, прибыль, рентабельность.

### **Введение**

При распределении финансовых средств для выполнения работ проекта предполагается, что все исполнители работ (агенты) стремятся максимизировать свою прибыль. Прибыль в рассматриваемом случае – это разность между полученным финансированием и фактическими затратами на выполнение работ. Фактические затраты агента не могут быть меньше некоторой заданной величины. Для того чтобы получить максимальную прибыль агенту выгодно снизить свои затраты, насколько это возможно, и максимально увеличить объем финансирования. Однако, если снижение затрат зависит только от самого агента, то размер финансирования определяется механизмом распределения финансовых средств и действиями всех агентов – участвующих в выполнении проекта. Распределение финансов осуществляется руководителем проекта на основе плановых затрат на выполнение работ. Чтобы увеличить объем финансирования, агент, учитывая особенности механизма распределения, так определяет свои планируемые затраты, чтобы при выбранном Центром механизме распределения

увеличить количество поступающих финансовых средств. Так, например, при распределении финансовых средств пропорционально планируемым затратам, чем большее значение планируемых затрат выберет агент, тем больший объем финансирования он получит. Поэтому, стремясь получить больший объем финансовых средств, агенты завышают планируемые затраты. Чтобы исключить заинтересованность агентов в завышении планируемых затрат возникает необходимость включать в механизм распределения дополнительные параметры и подбирать значения этих параметров, таким образом, чтобы исключить подобную заинтересованность.

## 1 Модель объекта

Рассматривается двухуровневая система, состоящая из Центра и  $n$  агентов нижнего уровня. Центр, ответственный за выполнение всего проекта, распределяет финансовые средства среди агентов на выполнение соответствующих работ, обеспечивающих выполнение проекта.

Для распределения финансовых средств Центр запрашивает у агентов информацию о планируемых затратах на выполнение работ. Действием агента является сообщение Центру запрашиваемой информации о планируемых затратах.

Обозначим:  $C$  – фонд финансирования;  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  – множество агентов – исполнителей работ;  $s_i$  – планируемые затраты  $i$ -го агента, сообщаемые в Центр,  $i \in N$ ;  $z_i$  – фактические затраты  $i$ -го агента  $i \in N$ ;  $c_i$  – объем финансирования  $i$ -го агента  $i \in N$ .

Прибыль  $i$ -го агента определяется выражением  $P_i = c_i - z_i$ ,  $i \in N$ . Если распределение фонда финансирования осуществляется на основе принципа равных рентабельностей [1-4], то  $i$ -й агент получает объем финансирования в размере  $c_i = C s_i / \sum_{j \in N} s_j$ ,  $i \in N$ . Отсюда легко видеть, что для всех агентов

установлена одинаковая планируемая рентабельность, которая равна  $\rho^{(s)} = C / \sum_{j \in N} s_j - 1$ . При этом с

ростом планируемых затрат планируемая рентабельность падает, в то время как  $\partial c_i / \partial s_i > 0$ , что означает заинтересованность агентов в повышении планируемых затрат для увеличения объема финансирования. Таким образом, несмотря на снижение планируемой рентабельности при увеличении планируемых затрат агентам для увеличения своей прибыли выгодно увеличивать планируемые затраты.

Такой же вывод может быть получен из анализа прибыли. Прибыль  $i$ -го агента можем записать как  $P_i = C s_i / \sum_{j \in N} s_j - z_i$ ,  $i \in N$ . Нетрудно видеть, что  $\partial P_i / \partial s_i > 0$ , а это означает, что при этом всем агентам

выгодно увеличивать планируемые затраты. Таким образом, Центр на этапе сбора данных не получает достоверную информацию о фактических затратах агентов.

Будем считать, что после выполнения всех работ фактические затраты становятся известны Центру. Тогда Центр может сравнить плановую прибыль каждого агента  $P_i^{(n)} = C s_i / \sum_{j \in N} s_j - s_i$  с полученной им прибылью  $P_i$ . Легко показать, что полученная прибыль  $P_i$  больше плановой прибыли  $P_i^{(n)}$  на величину сверхплановой прибыли  $P_i^{(cn)} = s_i - z_i$ .

Для снижения заинтересованности агента получать, таким способом, сверхплановую прибыль Центр оставляет в распоряжении агента только  $q$ -ю часть сверхплановой прибыли. В этом случае полученная прибыль агента уменьшится на величину  $(1-q) \times (s_i - z_i)$  и фактическая прибыль  $P_i^{(\phi)}$  будет определяться как

$$(1) \quad P_i^{(\phi)} = C s_i / \sum_{j \in N} s_j - s_i + q(s_i - z_i), \quad q \in [0; 1], \quad i \in N.$$

Из (1) видно, что  $q$  можно рассматривать как коэффициент штрафа за искажение информации о затратах на выполнение работ. При  $q=0$  максимальный штраф, а при  $q=1$  отсутствие штрафа.

## 2 Выбор параметров механизма

Необходимо выбрать значение коэффициента  $q$ , при котором агентам не выгодно будет увеличивать планируемые затраты. Для этого перепишем (1) в виде

$$(2) \quad P_i^{(\phi)} = \left( C / \sum_{j \in N} s_j - 1 + q \right) s_i - q z_i.$$

Ситуация равновесия по Нэшу находится из условия

$$(3) \quad \partial P_i^{(\Phi)} / \partial s_i = C / \sum_{j \in N} s_j - 1 + q - C s_i / \left( \sum_{j \in N} s_j \right)^2 = 0.$$

Так как предполагается, что  $s_i \geq z_i, i \in N$ , то легко получить, что в ситуации равновесия по Нэшу

$$(4) \quad s_i^* = [C/(1-q)] \times (n-1) / n^2, i \in N.$$

Очевидно, что выражение (4) определяет ситуацию равновесия по Нэшу, только если

$$(5) \quad z_i \leq [C/(1-q)] \times (n-1) / n^2.$$

В общем виде равновесные значения планируемых затрат агентов в ситуации равновесия по Нэшу могут быть записаны в виде

$$(6) \quad s_i^* = \begin{cases} z_i, & \text{если } z_i \geq [C/(1-q)] \times (n-1) / n^2 \\ [C/(1-q)] \times (n-1) / n^2, & \text{если } z_i < [C/(1-q)] \times (n-1) / n^2 \end{cases}, i \in N.$$

Так как на этапе распределения финансовых средств Центру не известны значения фактических затрат агентов  $\{z_i\}$ , то проверить справедливость неравенства (5) он не может. Однако следует заметить, что в модели, как и в жизни, Центр хотя и не знает точного значения  $\{z_i\}$ , но он точно знает, что планируемые затраты  $i$ -го агента не могут превышать некоторой максимальной величины  $D_i$  и не могут быть меньше минимального значения  $d_i$ . Поэтому в дальнейшем естественно считать, что все планируемые затраты, которые сообщают агенты в Центр, удовлетворяют условиям  $s_i \in [d_i; D_i], i \in N$ , которые фактически характеризуют степень информированности Центра.

Информированность Центра о минимальных и максимальных затратах агента позволяет утверждать, что в ситуации равновесия по Нэшу выполняется (4), если справедливо

$$(7) \quad \max_{i \in N} \{D_i\} \leq [C/(1-q)] \times (n-1) / n^2.$$

Итак, при выполнении (5) в ситуации равновесия все агенты сообщают одинаковые значения своих плановых затрат (4). Но на этапе распределения финансовых средств Центр предсказать такой исход не может, но он может предсказать такой исход если справедливо неравенство (7).

Таким образом из (4) видно, чем выше доля сверхплановой прибыли, оставляемой агенту, тем выше равновесные значения плановых затрат. А это соответствует тому, что чем меньше штраф за искажение информации, тем больше информация искажается.

На рис. 1 представлены графики изменения равновесных значений планируемых затрат агентов в зависимости от изменения коэффициента  $q$ . Графики изображены для случая  $z_1 < z_2 < \dots < z_n$ ,  $z_1 < [C/(1-q)] \times (n-1) / n^2 < z_2$ .

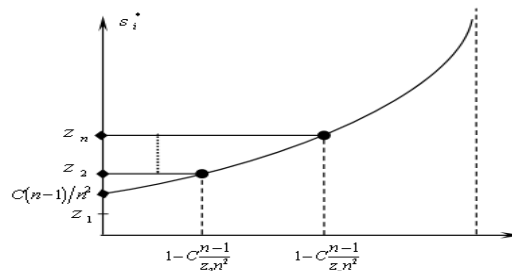


Рис. 1. Графики изменения равновесных значений планируемых затрат агентов.

Что касается прибыли агентов в ситуации равновесия по Нэшу, то она может быть записана в виде

$$(8) \quad P_i^{(\Phi)} = C/n^2 - qz_i.$$

А отсюда следует, что чем выше доля сверхплановой прибыли, оставляемой агенту, тем ниже фактическая прибыль агентов. Другими словами, чем больше штраф за искажение информации, тем больше фактической прибыли получает агент. На рис. 2 изображен график изменения фактической прибыли  $i$ -го агента в зависимости от изменения коэффициента  $q$ .

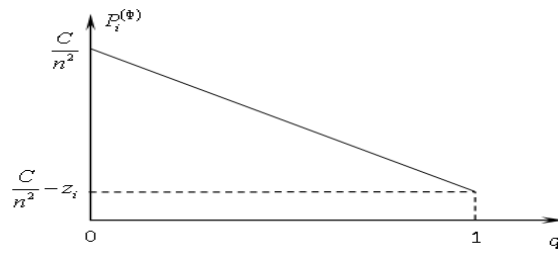


Рис. 2 Изменение фактической прибыли агента при увеличении коэффициента  $q$ .

Для того, чтобы в ситуации равновесия агенты сообщали значения плановых затрат, равные фактическим затратам должно выполняться условие  $\partial P_i^{(Ф)} / \partial s_i < 0$ . Отсюда легко получить

$$(9) \quad q < \frac{C}{\sum_{j \in N} z_j} \left( \frac{\min\{z_i\}}{\sum_{j \in N} z_j} - 1 \right) + 1.$$

То есть для получения достоверной информации от агентов о затратах на выполнение работ, Центр должен выбрать такое значение  $q$ , чтобы выполнялось неравенство (9). Но при выборе  $q$  Центру неизвестны значения  $\{z_i\}$ . Обозначим  $d_k = \min\{d_i\}$  и  $D^{(k)} = \sum_{j \in N, j \neq k} D_j$ . Учитывая что  $z_i \in [d_i; D_i]$  можно утверждать, что неравенство (9) всегда справедливо, если справедливо неравенство (10).

$$(10) \quad q < 1 - CD^{(k)} / (D^{(k)} + d_k)^2.$$

При этом необходимо учитывать, что правая часть неравенства (10) не может быть меньше нуля. И это требование накладывает уже ограничение на фонд финансирования  $C$ .

$$(11) \quad C \leq (D^{(k)} + d_k)^2 / D^{(k)}.$$

Таким образом, если неравенство (11) не выполняется, то при распределении фонда  $C$  на основе принципа равных рентабельностей Центр не сможет получить неманипулируемый механизм распределения. Выход из этой ситуации может быть следующим. Центр перед выполнением работ распределяет между агентами не весь фонд, а только его часть.

Пусть  $pC$  - та часть фонда, которую Центр распределяет перед выполнением работ. Для того, чтобы при распределении этой части фонда агентам было выгодно сообщать значения плановых затрат, равные фактическим затратам должно выполняться неравенство (12)

$$(12) \quad pC \leq (D^{(k)} + d_k)^2 / D^{(k)}.$$

А отсюда сразу следует, что для  $p$  должно быть справедливо условие

$$(13) \quad p \leq (D^{(k)} + d_k)^2 / (D^{(k)} C).$$

После выполнения агентами всех работ Центром распределяется оставшаяся часть фонда -  $(1-p)C$ . Отметим, что для распределения этой части не требуется информация о планируемых затратах агентов. Центр сам решает кому и в каком количестве выделять эти средства. В частности, эта часть может быть поделена среди агентов поровну и каждый агент получит средства в размере  $(1-p)C/n$ .

Таким образом, для построения неманипулируемого механизма распределения необходимо подобрать значения двух параметров. Первый параметр -  $q$ , доля сверхплановой прибыли, которая остается в распоряжении агента, второй -  $p$ , часть фонда, которую Центр распределяет перед выполнением работ. Соотношения между этими параметрами должно отвечать условиям (14)

$$(14) \quad \frac{1-q}{p} > D^{(k)} C / (D^{(k)} + d_k)^2.$$

Если параметры механизма принадлежат заштрихованной области на рис. 3, то механизм распределения фонда неманипулируем

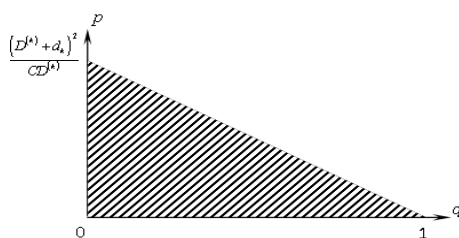


Рис. 3 Область неманипулируемости механизма распределения.

### Заключение

Для обеспечения неманипулируемости механизма распределения необходимо учитывать размер распределяемого фонда  $C$ . Если для  $C$  выполняется условие (11) для обеспечения неманипулируемости достаточно выбрать параметр  $q$ , для которого справедливо неравенство (10). Если же для  $C$  неравенство (11) не выполняется, то сначала надо распределять  $p$ -ю часть этого фонда, при значении параметра  $p$ , удовлетворяющего неравенству (13). И только после выполнения работ Агентами распределять оставшуюся часть  $(1-p)C$ .

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-07-01285А.

### Литература

1. Ануфриев И.К., Гуреев А.Б. Принцип равных рентабельностей в механизмах распределения прибыли // Автоматика и телемеханика, 1995, № 2, С.92–99.
2. Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. Большие системы: моделирование организационных механизмов. - М.: Наука, 1989. - 246 с.
3. Burkov V.N., Goubko M.V., Kondrat'ev V.V., Korgin N.A. and Novikov D.A. "Mechanism design and management: mathematical methods for smart organization." Nova Science Publishers, New York, p. 163, 2013.
4. Щепкин А.В. Противозатратные механизмы финансирования / Проблемы управления. 2018. №3 С. 17-25.