ВЛИЯНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПЛАТЕЖА НА РЕЖИМ ПОЛУЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В НЕАНТАГОНИСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ИГРЕ

Мохонько Е.З.

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН,

Россия, г. Москва, ул. Вавилова ,д.40

mohon@ccas.ru

Аннотация: Рассматривается неантагонистическая дифференциальная игра двух лиц. Применяются стратегии, позволяющие получать информацию о позициях дискретным и непрерывным способами. Первый игрок может платить дополнительный платеж второму игроку. Найдены равновесные стратегии. Исследуется влияние дополнительного платежа на характер оптимального получения информации о ходе игры.

Ключевые слова: дифференциальные неантагонистические игры, получение информации, равновесие, дополнительный платеж

Введение

Как правило, для системы управления динамическим процессом существует наиболее благоприятный режим поступления информации об объекте управления. При таком режиме она управляет процессом наилучшим образом и сама не изнашивается раньше времени. Поэтому понятна важность и актуальность изучения оптимальных в том или ином смысле режимов получения информации с помощью динамических игр.

Черноусько Ф.Л., Меликян А.А.[7], Кононенко А.Ф.[2], Мохонько Е.З. [2,4] и др. исследовали как, получая информацию в отдельные моменты времени, добиться того же результата, что и при непрерывном наблюдении.

В данной работе рассматривается неантагонистическая дифференциальная игра, в которой первый игрок в конце игры может выплачивать дополнительный платеж второму игроку, если второй игрок не отклонялся от договорной траектории. Построена ситуация равновесия в r-стратегиях с возможностью выплаты дополнительного платежа. Он изменяет во многих случаях характер получения информации о равновесной траектории. Например, становится возможным получать информацию о равновесной траектории только конечное, а не счетное число раз.

Данная работа является продолжением исследований из [6]. Динамика рассматриваемой в данной статье игры более сложная. Она зависит не только от управлений игроков, как в [6], но и от позиции, в которую пришла игра

Цель данной работы состоит в том, чтобы определить характер изменения режимов получения информации о равновесной траектории при изменении дополнительного платежа и при сообщениях о том, что дополнительный платеж изменился, получаемых игроками по ходу игры.

1 Описание дифференциальной игры

Рассмотрим дифференциальную неантагонистическую игру двух лиц

$$\dot{x} = f(x,t,u,v), t_0 \le t \le T,\ x(t_0) = x^0,\ u \in P, v \in Q,$$

$$I_1(u,v) = g_1(x(T)),\ I_2(u,v) = g_2(x(T)) + U(x(T)).$$

Здесь x - n- мерный вектор состояния, u и v - p- и q- мерные вектор - функции управления, значения которых выбираются игроками 1 и 2 с целью максимизации соответствующих функций выигрыша $I_1(u,v) = g_1(x(T))$, $I_2(u,v) = g_2(x(T)) + U(x(T))\cdot g_1$ и g_2 непрерывны.

Множества P и Q- компактны в соответствующих векторных пространствах. Вектор-функция $f(x,t,u,v)$ непрерывна по всем своим аргументам и удовлетворяет ограничениям из [1]. Выполняются условия существования седловой точки в маленькой игре [3].

$$U(x(T)) = \begin{cases} U_0 \ge 0, x(T) = x^0 \\ 0, x(T) \ne x^0 \end{cases}.$$

Если $U_0 > 0$, то $U(x(T))$представляет собой дополнительный платеж, который игрок 1 выплачивает второму игроку, если в конце игры траектория игры приходит в точку x^0. Если $U_0 = 0$, то рассматривается игра без дополнительного платежа.

Множеством допустимых стратегий каждого игрока $\bar{U},\bar{V}$ является множество измеримых по всем своим аргументам позиционных $u(x,t), v(x,t)$ и программных $u(t), v(t)$ управлений, удовлетворяющих включению $u \in P, v \in Q$, а также $r-$стратегии $\bar{u}, \bar{v}$ [2,4,5]. Будем пользоваться формализмом ломаных Эйлера и движений [3].

В [2,4,5] определено, какие моменты называется моментами получения информации для ломаных Эйлера и движений, порожденных r- стратегиями. Дано также определение ситуации равновесия в $r-$стратегиях.

Рассмотрим случай $U_0 = 0$, т.е. игру без дополнительного платежа.

Выберем некоторые кусочно-постоянные управления $u^0(t), v^0(t), t \in [t_0, 1]$ и соответствующую им траекторию $x^0(t) = (x_1^0(t), x_2^0(t))$.

Обозначим $M_1 = \{x,t \mid g_1(x(T)) \le g_1(x^0(T))\}$, $M_2 = \{x,t \mid g_2(x(T)) \le g_2(x^0(T))\}$,

G_1 - максимальный v- стабильный мост [3] к множеству $M_1, \partial G_1$-его граница.

G_2 - максимальный u- стабильный мост [3] к множеству $M_2, \partial G_2$-его граница.

v^{ext}-экстремальная стратегия [3] к G_1, u^{ext}-экстремальная стратегия к G_2.

Пусть $x^0(t) \in ((G_1 \setminus \partial G_1) \cap (G_2 \setminus \partial G_2)), t \in [t_0, T)$.

$X\left[x,t,u^0(\tau)\right]$-множество движений, исходящих из точки x,t и порожденных программной стратегией $u^0(\tau)$, $\tau\in[t,T]$. $x\left(\tau;x,t,u^0(\tau)\right)$ - движение, начинающееся в точке x,t.

$\bar T(x,t)=\{\bar t\mid \bar t\in[t,T],\exists x\left(\tau;x,t,u^0(\tau)\right)\in X\left[x,t,u^0(\tau)\right],$

$\exists t_2 : x\left(\tau;x,t,u^0(\tau)\right)\notin G_2 \forall\tau\in(\bar t,t_2), t_2\in(\bar t,T]\}$.

$\omega_0(x,t)=\inf\limits_{\bar t\in\bar T(x.t)}\bar t$ при $(x,t)\in G_2$, $\omega_0(x,t)=t$ при $(x,t)\notin G_2$, $\omega_c(x,t)=\omega_0(x,t)-t$.

Пара $\bar v^0,\bar u^0$ образует ситуацию равновесия в r - стратегиях, где

$$\bar u^0=\begin{cases} r(x,t)=\omega_c(x,t),(x,t)\in G_2, r(x,t)=0,(x,t)\notin G_2,\\ \left\{u^0(\tau)\mid t\le\tau<t+r\right\}, r(x,t)>0,(x,t)\in G_2\\ u^0(t),(x,t)\in G_2, r=0\\ u^{ext}(x,t),(x,t)\notin G_2\end{cases},$$

$\bar v^0$ строится аналогично.

$\bar u^0$, $\bar v^0$ порождают равновесную траекторию $x^0(t)$. Моментов получения информации для движения $x^0(t)$ не более, чем счетное число.

2 Дифференциальная игра с дополнительным платежом

Рассмотрим случай $U_0\left(x^0(T)\right)>0$, $x^0=x^0(T)$, т.е. игру с дополнительным платежом

Обозначим $M_2^{U_0}=\left\{x,t\mid g_2(x(T))\le g_2\left(x^0(T)\right)+U_0\right\}$.

$G_2(U_0)$ - максимальный u - стабильный мост к множеству $M_2^{U_0}$, $\partial G_2(U_0)$-его граница.

$\bar T(x,t;U_0)=\{\bar t\mid \bar t\in[t,T],\exists x\left(\tau;x,t,u^0(\tau)\right)\in X\left[x,t,u^0(\tau)\right],$

$\exists t_2 : x\left(\tau;x,t,u^0(\tau)\right)\notin G_2(U_0)\forall\tau\in(\bar t,t_2), t_2\in(\bar t,T]\}$.

$\omega_0^{U_0}(x,t)=\inf\limits_{\bar t\in\bar T(x,t;U_0)}\bar t$ при $(x,t)\in G_2(U_0)$, если $\bar T(x,t;U_0)\ne\varnothing$,

$\omega_0^{U_0}(x,t)=T$, если $\bar T(x,t;U_0)=\varnothing$. $\omega_0^{U_0}(x,t)=t$ при $(x,t)\notin G_2(U_0)$,

$\omega_c^{U_0}(x,t)=\omega_0^{U_0}(x,t)-t$.

$$\bar u^0(U_0)=\begin{cases} r(x,t)=\omega_c^{U_0}(x,t),(x,t)\in G_2(U_0), r(x,t)=0,(x,t)\notin G_2(U_0),\\ \left\{u^0(\tau)\mid t\le\tau<t+r\right\}, r(x,t)>0,(x,t)\in G_2(U_0)\\ u^0(t),(x,t)\in G_2(U_0), r=0\\ u^{ext}(x,t),(x,t)\notin G_2(U_0)\end{cases}.$$

Аналогично тому, как это было сделано в [2] доказывается следующая теорема.

Теорема 1. Пара $\bar v^0,\bar u^0(U_0)$ образует ситуацию равновесия и порождает траекторию $x^0(t)$.

Моментов получения информации для движения $x^0(t)$ конечное число.

Пусть $U_{01}\left(x^0(T)\right)>U_{02}\left(x^0(T)\right)>0$. Пара $\bar v^0,\bar u^0(U_{01})$ образует ситуацию равновесия и порождает траекторию $x^0(t)$, так же как и пара $\bar v^0,\bar u^0(U_{02})$.

Теорема 2. Количество моментов получения информации первым игроком для движения $\chi^0(t)$, которое порождено парой $\overline{v}^0, \overline{u}^0(U_{01})$, не превышает количества моментов получения информации для движения $\chi^0(t)$, порожденного парой $\overline{v}^0, \overline{u}^0(U_{02})$.

Теоремы 1 и 2 используются для исследования игры, в которой один раз за всю игру может подействовать возмущение, изменяющее величину дополнительного платежа.

Литература

1. *Кононенко А.Ф.* Структура оптимальной стратегии в динамических управляемых системах //Ж. вычисл. матем. и матем. физ.1980. 20,№5. – С.1105-1116.
2. *Кононенко А.Ф., Мохонько Е.З.* О процессе получения информации в неантагонистических дифференциальных играх //Сообщения по прикладной математике. – М.:ВЦ АН СССР,1982, – 20с.
3. *Красовский Н.Н., Субботин А.Н.* Позиционные дифференциальные игры.– М.:Наука,1974. –456с.
4. *Мохонько Е.З.* Динамика информационных процессов в неантагонистических играх: дис…. доктора физ.-мат. наук: 05.13.17. –М.:ВЦ РАН,1998. –350с.
5. *Мохонько Е.З.*Ситуация равновесия при ограниченном запасе времени наблюдения. Сборник научных трудов XII Международной школы – симпозиума «Анализ, моделирование, управление, развитие социально – экономических систем (АМУР-2018)»,14-27 сентября 2018г. Симферополь-Судак. Симферополь: КФУ, 2018. – С.318–326.
6. *Мохонько Е.З.,Носырев А.В*. Информационные процессы в повторяющейся игре с дополнительным платежом и возмущающим фактором//Сборник научных трудов. V Международная школа-симпозиум «Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем, 12-18 сентября 2011, Севастополь». – Симферополь: ТНУ, 2011. – С.267-272.
7. *Черноусько Ф.Л., Меликян А.А.* Игровые задачи управления и поиска. – М.: Наука,1978. –270с.