ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В АГРОСТРАХОВАНИИ

Киселев В.Г.

ФИЦ ИУ РАН Вычислительный центр им. А.А. Дородницына, г. Москва

vgkiselev@yandex.ru

Аннотация: Единственной информацией, доступной для оценки программ страхования и их сопровождения являются временные ряды урожайностей различных культур в различных регионах страны. В работе приводятся результаты анализа этих рядов и предлагаются методы их использования при разработке и практическом применении программ страхования растениеводческой продукции . Эти достаточно длинные скорректированные статистические ряды предлагается использовать в качестве выборки для непосредственного вычисления требуемых параметров и для исследования финансовой устойчивости страховой компании.

Ключевые слова: прогноз урожайности, доход, страхование, критерии, дисперсии параметров, статистика, риски

При разработке программ страхования растениеводческой продукции и при их реализации необходимо проводить некоторые вычисления, связанные с характеристиками этих программ. Существует два вида программ агрострахования – программы страхования урожая, в которых страхуются риски, связанные с погодными явлениями, и программы страхования дохода, которые гарантируют компенсацию потерь производителя сельскохозяйственной продукции не только от недобора урожая, но и от падения цен на производимую продукцию. В данном докладе будут рассмотрены примеры типичных вычислений для одной из программ – мультирисковой программы страхования урожая. Эта программа исследовалась в работах [2–6], результатами которых мы здесь воспользуемся.

Каждая программа страхования характеризуется некоторым набором критериев, по которому она и оценивается. Поскольку исходный продукт определяется урожайностью выращиваемой культуры – случайной величиной, то и все характеристики носят случайный характер. Традиционный набор критериев – это средний доход страховой компании, средний доход агрофирмы, характеристики их разбросов. В традиционном подходе единственной характеристикой разброса является вероятность недополучения запланированного (застрахованного) урожая (это одна точка в функции распределения). Более естественной характеристикой случайной величины, как это принято в теории вероятностей, является ее дисперсия. Этот вопрос рассматривался в [7] и здесь мы также будем оценивать разбросы характеристик их дисперсиями.

Сами же критерии зависят от свободных параметров программы. Набор этих параметров определяет эффективность программы страхования. Свободными параметрами в программах агрострахования являются: γ – доля участия государства в страховании – это в то же время является критерием оценки деятельности государства; θ – величина страховой надбавки (известный в страховании параметр ([1]), обеспечивающий финансовое существование страховой фирмы).

Введем необходимые обозначения. Для простоты будем рассматривать страхование одной культуры одним хозяйством на единичной площади и при единичной цене на производимую продукцию. Пусть y – урожайность культуры в хозяйстве в момент уборки, y_-, y_+, Ey – минимальное, максимальное, среднее значение урожайности. Пусть также π – страховая премия – то, что платит агрофирма страховщику, r – величина страхового возмещения. Последние величины связаны соотношением $\pi = (1+\theta)Er$. В программе страхования урожая $r = (y_\alpha - y)_+$, где y_α – страхуемая (гарантированная) урожайность, нижний знак (+) означает функцию Хевисайда.

Для любой программы страхования справедливы следующие соотношения. Доход страховой компании в текущий год

$$G_I = \pi - r = (1+\theta)[y_\alpha F_\alpha - E_<] - [y_\alpha - y]_+,$$

где F_α – значение эмпирической функции распределения в точке y_α, а $E_< = \int\limits_{y_-}^{y_\alpha} ydF$.

Средний доход страховой компании $EG_I = \theta Er$, а средние выплаты в страховых случаях $Er = y_\alpha F_\alpha - E_<$.

Дисперсия среднего дохода страховой фирмы равна

$$DG_I = Dr = Er^2 - (Er)^2 = y_\alpha(1-F_\alpha)(y_\alpha F_\alpha - 2E_<) + Ey^2{}_< - (E_<)^2, \text{ где } Ey^2{}_< = \int\limits_{y_-}^{y_\alpha} y^2 dF.$$

Годовой доход агрофирмы равен $G_f = y + r - \pi_f$, где $\pi_f = (1-\gamma)\pi$ – часть премии, выплачиваемой агрофирмой (γ – доля государства).

Средний доход равен $EG_f = Ey + \psi Er$, где $\psi = \gamma - \theta(1-\gamma)$ – введенный ранее индекс страхования – очень важный параметр.

Дисперсию дохода агрофирмы можно представить в виде

$$DG_f = F_\alpha y_\alpha^2(1-F_\alpha) + \int\limits_{y_\alpha}^{y_+} y^2 dF - E_>^2 - 2y_\alpha F_\alpha E_>, \text{ где } E_> = \int\limits_{y_\alpha}^{y_+} ydF.$$

Таким образом, из приведенных формул следует, что для вычисления по этим формулам необходимо знать функцию распределения $F(y)$ и уметь вычислять интегралы вида $\int g(y)dF(y)$, где $g(y)$ – некоторая функция.

Теперь о вероятности неразорения страховой компании. В простом модельном случае, который рассматривается здесь, были предложены методы решения этой задачи, но этот модельный случай, который позволяет понять некоторые закономерности задачи, далек от реальности, когда страхуются много хозяйств и много культур. Был рассмотрен и реальный случай страхования, когда j-я фирма заключила со страховой компанией договор на страхование дохода по k-й культуре на площади S_{jk}. Тогда динамика финансов страховой компании описывается соотношением

$$U(t) = u + \Pi(t) - \sum_{\tau=1}^{t}\sum_k\sum_j r_{jk}(\tau),$$

где u – её начальный капитал, $\Pi(t)$ – полученные страховые премии за t лет.

Первые два слагаемые в этом выражении – детерминированные величины, третье – случайная величина. Для вычисления вероятности неразорения необходимо знать функцию распределения суммы $R(t) = \sum_{\tau=1}^{t}\sum_k\sum_j r_{jk}(\tau)$.

В результате при ряде упрощающих предположений была получена асимптотическая оценка вероятности неразорения. Это все, что удается получить аналитически. Отсюда следует вывод, что в реальном случае страхования для оценки вероятности неразорения необходимо привлекать другие методы, например, метод стохастического моделирования – метод Монте-Карло. В этом методе также предполагается, что известна функция распределения моделируемых случайных величин.

Таким образом, для полного исследования программы страхования (вычисления экономических показателей и вычисления вероятности неразорения) необходимо знать функцию распределения урожайностей. Для построения эмпирической функции урожайности имеются достаточно длинные временные ряды практически для всех культур и всех административных единиц. При анализе этих временных рядов можно выделить временные участки с различными трендами, что затрудняет использование информации в полном объеме. Так, на практике используют несколько последних измерений (обычно это пять лет), что явно недостаточно для достоверных оценок. В [] был предложен метод обработки временных рядов с различными трендами. Этот метод основан на аппроксимации всех трендов разного характера одним общим трендом, представимом в виде линейного сплайна. Неизвестные коэффициенты этого сплайна определяются методом наименьших квадратов. Если вычесть из каждого измерения временного ряда величину соответствующего тренда, то получим стационарный процесс с нулевым средним и постоянной дисперсией. По полученным таким образом измерениям построим эмпирическую функцию распределения урожайности, добавив величину соответствующего тренда.

При заключении договора страхования в некоторый год (весной) предполагается, что во всех проводимых вычислениях урожайность – это прогнозная урожайность в этом году в момент уборки. Одной из правдоподобных гипотез является гипотеза, согласно которой

Если эмпирическая функция распределения известна, то искомые интегралы вычисляются следующим образом:

$$\int_a^b g(y)dF(y) = \sum_{k=k_1}^{k_2} g(y_k)\left[F(y_k+0)-F(y_k-0)\right] = \frac{1}{n}\sum_{k=k_1}^{k_2} g(y_k),$$

где $y_k \in [a,b]$ – точки, в которых произведены измерения, $y_{k_1} = \min_{y_k}[y_k \ge a]$, $y_{k_2} = \max_{y_k}[y_k \le b]$ и $n = k_2 - k_1$ +1.

Таким образом мы можем вычислить все необходимые экономические показатели, а проблему неразорения также можно решить методом Монте – Карло, используя полученную функцию распределения. Для этого необходимо только определить, какой на перспективу будет тренд.

Наконец, еще одно важное соображение. Ранее было сказано, что ряды урожайностей достаточно длинные и поэтому даже нет необходимости строить функцию распределения, рассматривая ряд измерений как достаточно представительную выборку. Во-первых, можно непосредственно использовать приведенную выше формулу для вычисления интегралов, которая в конечном виде не использует функцию распределения. Более того, можно вычислять средние значения и дисперсии функций методом Монте - Карло, воспользовавшись непосредственным их определением и построенными скорректированными рядами как совокупностью независимых наблюдений.

Литература

1. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбит С., Хикман Дж. Актуарная математика М.:Янус-К, 2001, 655с.

2. *Киселев В.Г.* Актуарная математика в агростраховании. М.: ВЦ РАН, 2011. 29 с.

3. *Киселев В.Г.* Математические модели в программе страхования дохода агрофирм. М.:ВЦ РАН, 2015. 28 с.

4. *Киселев В.Г.* Обоснование региональной мультирисковой программы страхования, сельскохозяйственных культур. / Управление большими системами/ Сборник трудов. Выпуск 61. М.: ИПУ РАН. 2016.С.168–190.

5. *Киселев В.Г.* Информационное обеспечение в системе страхования урожая. //Труды Международной конференции «Управление большими системами» М.: ИПУ РАН, 2016.

6. *Kiselev V.G.* Information support in agri-insurance. IEEE Xplore Digital Library. Tenth International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD), Moscow, Russia, 2017.

7. *Киселев В.Г.* Оценка стабильности доходов при страховании урожая //Труды одиннадцатой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD-2018» (1-3 октября 2018 г., Москва, Россия). В трёх томах. Том I. М.: ИПУ, 2018, с. 280-287. ISBN 978-5-91450-223-9