НЕЛИНЕЙНЫЙ РЕГУЛЯТОР СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НЕАФФИННЫМ МНОГОСВЯЗНЫМ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ ПО УПРАВЛЕНИЮ И СОСТОЯНИЮ[46]

Еремин Е.Л., Чепак Л.В.

Амурский государственный университет,
Россия, г. Благовещенск, Игнатьевское шоссе, 21
ereminel@mail.ru, chepak@inbox.ru,

Шеленок Е.А.

Тихоокеанский государственный университет,
Россия, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136
cidshell@mail.ru

Аннотация: Рассматривается решение задачи синтеза комбинированного нелинейного регулятора для системы управления одним классом многосвязных неаффинных объектов, содержащих известные постоянные запаздывания по управлению и состоянию и функционирующих в условиях априорной неопределенности при постоянном действии внешних помех. В качестве методов решения используются: критерий гиперустойчивости В.М. Попова, условия L-диссипативности, эталонная модель с двумя выходами.

Ключевые слова: нелинейное управление, неаффинная многосвязная система, наблюдатель, априорная неопределенность, критерий гиперустойчивости, L-диссипативность.

Рассматривается многосвязный динамический объект, движение локальных подсистем которого описывается следующими уравнениями:

[46] *Работе выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-08-0087) и при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (проект МК-5150.2018.8)*

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \left(A_i + B_{0i} a_i^T(y_i(t))\right) x_i(t) + B_{0i} d_i^T x_i(t - \tau_i) +$$

$$(1) \quad + B_i(y_i(t)) \left(u_i(t-h_i) f_{1_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) + f_{2_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) + \sum_{j=1}^{k} \theta_{ij}(x_i) \right) + \varphi_i(t),$$

$$x_i(0) = x_{0_i},\ u_i(\vartheta_i) = \upsilon_i(\vartheta_i),\ \vartheta_i \in [-h_i, 0],\ y_i(t) = x_{1_i}(t),$$

где $x_i(t) \in R^n$ – переменные состояния локальных подсистем; $u_i(t) \in R$ – локальные сигналы управления; $y_i(t) \in R$ – выходы локальных подсистем; τ_i, $h_i = const > 0$ – известные постоянные запаздвания по состоянию и управлению соответственно; A_i – нильпотентые (верхне-сдвиговые) матрицы размера ($n_i \times n_i$); $B_{0i} = [0, ..., 0, b_{0i}]^T$, $d_i^T = [d_{1_i}, d_{2_i}, ..., d_{n_i}]$ – векторы соответствующей размерности; $B_i(y_i(t)) = \left[0, ..., 0, b_{n_i}(y_i(t))\right]^T$, $a_i(y_i(t)) = \left[a_{1_i}(y_i(t)), a_{2_i}(y_i(t)), ..., a_{n_i}(y_i(t))\right]^T$ – нелинейные векторные функции, элементы которых удовлетворяют ограничениям:

$$(2) \quad \left|a_{1_i}(y_i(t))\right| \le a_{1_i}^+, ..., \left|a_{n_i}(y_i(t))\right| \le a_{n_i}^+,\ b_{n_i}^- \le b_{n_i}^-(y_i(t)) \le b_{n_i}^+,$$

где $a_{j_1}^+, b_{n_i}^-, b_{n_i}^+ > 0$ – известные величины, $i = \overline{1,k}$, $j = \overline{1,n}$; $b_{0i} = 1$, $i = 1, ..., k$; $\varphi_i(t) = [0, ..., 0, \varphi_{n_i}(t)]^T$ – векторы внешних возмущений с элементами, удовлетворяющими неравенствам

$$(3) \quad \left|\varphi_{n_i}(t)\right| \le \varepsilon_{1_i},\ \forall t \ge 0,$$

где $\varepsilon_{1_i} = const > 0$ – известные константы; $f_{1_i}(x_i(t), u_i(t-h_i))$, $f_{2_i}(x_i(t), u_i(t-h_i))$ – неизвестные гладкие нелинейные функции, такие что:

$$(4) \quad \varepsilon_{2_i} < f_{1_i}(x_i(t), u_i(t-h_i)) \le \varepsilon_{3_i},\ \left|f_{2_i}(x_i(t), u_i(t-h_i))\right| \le \varepsilon_{4_i},$$

где $\varepsilon_{2_i}, \varepsilon_{3_i}, \varepsilon_{4_i} = const > 0$; x_{0_i} – вектор начальных условий; $\upsilon_i(\vartheta_i)$ – ограниченные непрерывные начальные функции; $\theta_{ij}(x_i)$ – зависимости, описывающие перекрестные связи локальных подсистем; k – количество локальных подсистем.

Динамика перекрестных связей системы (1) – (4) имеет вид

$$(5) \quad \frac{dx_{ij}(t)}{dt} = P_{ij} x_{ij}(t) + W_{ij} y_j(t),\ \theta_{ij}(x_i) = L_{ij}^T x_{ij}(t),$$

где $x_{ij}(t) \in R^{n_{ij}}$; $W_{ij} = [0, \ldots, 0, 1]^T$, $L_{ij}^T = [1, 0, ..., 0]^T$; P_{ij} – известная числовая матрица, такая что уравнения (5) соответствуют описанию устойчивого динамического звена.

Требуемое движение каждой подсистемы (1) формируется с помощью локальных эталонных моделей, имеющих два выхода; при этом основной выход эталона формирует желаемую динамику выходов подсистем, вспомогательный выход – динамику каждого из локальных основных контуров управления:

$$(6) \quad \frac{dx_{m_i}(t)}{dt} = A_{m_i} x_{m_i}(t) + B_{m_i} r_i(t),\ y_{m_i}(t) = x_{m1_i}(t),\ z_{m_i}(t) = g_i^T x_{m_i}(t),$$

где $x_{m_i}(t) \in R^{n_i}$; $r_i(t) \in R$; $y_{m_i}(t) \in R$ – основные выходы эталонов; $z_{m_i}(t) \in R$ – вспомогательные выходы эталонов; $A_{m_i} = \left(A_i - B_{0i} a_{m_i}^T\right)$ – гурвицевы матрицы; $a_{m_i}^T = [a_{m1_i}, ..., a_{mn_i}]^T$, $B_{m_i} = [0, ..., 0, b_{m_i}]^T$, $b_{m_i} > 0$, g_i – заданный вектор.

Для снижения влияния присутствующего в системе (1) – (4) запаздывания по управлению в многосвязный объект управления (1) вводятся локальные упредители-компенсаторы, которые подключаются параллельно к каждой локальной подсистеме [1, 2]. По аналогии с эталонными моделями (6) упредители-компенсаторы будут иметь два выхода:

$$(7) \quad \frac{dx_{k_i}(t)}{dt} = A_{m_i} x_{k_i}(t) + B_{m_i}\left(u_i(t) - u_i(t-h_i)\right),\ y_{k_i}(t) = x_{k1_i}(t),\ z_{k_i}(t) = g_i^T x_{k_i}(t),$$

где $x_{k_i}(t) \in R^{n_i}$; $y_{k_i}(t)$ и $z_{k_i}(t)$ – основной и вспомогательный выходы упредителя-компенсатора соответственно.

Постановка задачи: для многосвязной неафинной по управлению системы (1) – (7) в каждой ее локальной подсистеме требуется синтезировать явный вид нелинейных законов управления

(8) $$u_i(t)=u_i\left(x_i(t),\, x_{m_i}(t),\, x_{k_i}(t),\, u_i(t-h_i),\, r_i(t)\right)$$

таким образом, чтобы при любых начальных условиях, а также любом заданном уровне априорной неопределенности (2) – (4) было обеспечено выполнение следующих целевых условий:

(9) $$\lim_{t\to\infty}\left|y_{m_i}(t)-y_i(t)\right|\le\sigma_{0i}=const>0,\ i=\overline{1,k}.$$

где σ_{0i} – малые величины.

Пользуясь методикой критерия гиперустойчивости, а также рассуждениями из [2 – 7] можно показать, что синтез алгоритмов для эквивалентной системы с математическим описанием

(10) $$\frac{de_i(t)}{dt}=A_{m_i}e_i(t)+B_{m_i}\mu_i(t),\ \ v_i(t)=z_{m_i}(t)-g_i^T x_i(t)-z_{k_i}(t),$$

(11) $$\begin{aligned}\mu_i(t)=-\Big[&u_i(t)-r_i(t)+b_{m_i}^{-1}\Big(\big(a_{m_i}+a_i(y_i(t))\big)^T x_i(t)+d_i^T x(t-\tau_i)+\\&+b_{n_i}(y_i(t))\big((f_{1_i}(x_i(t),u_i(t-h_i))-1)u_i(t-h_i)+\\&+f_{2_i}(x_i(t),u_i(t-h_i))\big)+\varphi_i(t)\Big)\Big],\end{aligned}$$

где $e_i(t)=x_{m_i}(t)-(x_i(t)-x_{k_i}(t))$, $\mu_i(t)$ – модифицированные сигналы управления; $v_i(t)$ – ошибки рассогласования относительно вспомогательных выходов локальных подсистем; i = 1, ..., k; в виде

(12) $$\begin{aligned}u_i(t)=\,&r_i(t)+\sum_{j=1}^{n}h_{j_i}x_{j_i}(t)\int_0^t x_{j_i}(\vartheta)\Big(z_{m_i}(\vartheta)-g_i^T x_{Ni}(\vartheta)-z_{k_i}(\vartheta)\Big)d\vartheta+\sum_{j=1}^{k}h_{1j_i}x_{Nj_i}^2(t)v_i(t)+\\&+\tilde h_{2_i}u_i(t-h_i)\int_0^t u_i(\vartheta-h_i)\Big(z_{m_i}(\vartheta)-g_i^T x_{Ni}(\vartheta)-z_{k_i}(\vartheta)\Big)d\vartheta+\tilde h_{3_i}\int_0^t\Big(z_{m_i}(\vartheta)-g_i^T x_{Ni}(\vartheta)-z_{k_i}(\vartheta)\Big)d\vartheta+\\&+\tilde h_{4_i}\Big(z_{m_i}(t)-g_i^T x_{Ni}(t)-z_{k_i}(t)\Big).\end{aligned}$$

где $h_{j_i},\, h_{1j_1}=const>0,\quad \tilde h_{2_i}=2\hat h_{1_i}^2\hat h_{2_i},\quad \hat h_{1_i}=\max\left|b_{m_i}^{-1}b_{n_i}^{+}f_{1_i}(x_i(t),\,u_i(t-h_i))-1\right|,\ \forall t>0,$ $\tilde h_{3_i}=2\hat h_{3_i}(b_{n_i}^{+})^2(\varepsilon_{1_i}+\varepsilon_{4_i})^2$; $\hat h_{2_i},\,\hat h_{3_i},\,\tilde h_{4_i}=const>0,\ i=\overline{1,k},\ j=\overline{1,n}$; обеспечит гиперустойчивость исходной системы (1) – (7), (12) для которой будут выполнены предельные целевые условия (9).

Для технической реализуемости синтезированного закона (12) необходимо иметь доступ к неизмеримым переменным состояния подсистем (1). С этой целью в каждую локальную подсистему объекта вводятся локальные контуры наблюдения, позволяющие (при соответствующем расчете их параметров [8, 9]) получить оценки недоступных непосредственному измерению переменных состояния:

(13) $$\begin{aligned}&\frac{dx_{N_i}(t)}{dt}=A_{m_i}x_{N_i}(t)+L_i\left(y_i(t)-C_i^T x_{N_i}(t)\right)+B_{m_i}u(t-h_i),\\&y_{N_i}(t)=C_i^T x_{N_i}(t),\ v_{N_i}(t)=\bar g_i^T x_{N_i}(t),\ i=\overline{i,\,k},\end{aligned}$$

где $x_{N_i}(t)\in R^{n_i}$; $y_{N_i}(t)\in R$; $v_{N_i}(t)\in R$.

Тогда математическое описание технически реализуемого закона управления (12) запишется в виде

$$
\begin{aligned}
u_i(t) &= r_i(t) + \sum_{j=1}^{n} h_{j_i}\, sat(x_{Nj_i}(t)) \int_0^t sat(x_{Nj_i}(\vartheta)) \left(z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T sat(x_{Ni}(\vartheta)) - z_{k_i}(\vartheta) \right) d\vartheta + \\
&+ \sum_{j=1}^{n} h_{j_i}\, sat(x_{Nj_i}(t-\tau_i)) \int_0^t sat(x_{Nj_i}(\vartheta-\tau_i)) \left(z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T sat(x_{Ni}(\vartheta)) - z_{k_i}(\vartheta) \right) d\vartheta + \sum_{j=1}^{k} h_{1j_i} x_{Nj_i}^2(t) v_i(t) + \\
&+ \tilde{h}_{2_i} u_i(t-h_i) \int_0^t u_i(\vartheta-h_i) \left(z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T sat(x_{Ni}(\vartheta)) - z_{k_i}(\vartheta) \right) d\vartheta + \\
&+ \tilde{h}_{3_i} \int_0^t \left(z_{m_i}(\vartheta) - g_i^T sat(x_{Ni}(\vartheta)) - z_{k_i}(\vartheta) \right) d\vartheta + \\
&+ \tilde{h}_{4_i} \left(z_{m_i}(t) - g_i^T sat(x_{Ni}(t)) - z_{k_i}(t) \right).
\end{aligned} \tag{14}
$$

Литература

1. *Еремин Е.Л., Ильина Л.В.* Адаптивные системы с динамическим упредитель-компенсатором для объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2002. № 1(3). – С. 97-102.
2. *Еремин Е.Л.* Гиперустойчивость системы управления нелинейным объектом с запаздыванием // Автоматизация технологических процессов. – Фрунзе: Фрунзенск. политех. ин-т, 1987.
3. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Комбинированный регулятор для неаффинной многосвязной системы с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. – 2019. – № 1(59). – С. 118-130.
4. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 6. – С. 106-121.
5. *Eremin E.L., Chepak L.V., Shelenok E.A.* Robust control of multi-connected nonlinear system // Proc. 2015 Int. Siberian Conf. on Control and Communications (SIBCON). – Omsk, 2015.
6. *Еремин Е.Л.* Робастное управление для одного класса неаффинных нелинейных SISO систем // Информатика и системы управления. – 2015. – № 3 (45). – С. 89-100.
7. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Адаптивно-периодическая следящая система для нелинейного объекта, аффинного по управлению // Автометрия. – 2015. – Т. 51, № 5. – С. 113- 119.
8. *Еремин Е.Л., Кван Н.В., Семичевская Н.П.* Робастное управление нелинейными объектами с наблюдателем полного порядка и быстродействующей эталонной моделью // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2010. – № 5. – С. 2-6.
9. *Еремин Е.Л., Чепак Л.В.* Адаптивная система с явно-неявным эталоном и стационарным наблюдателем для объекта с запаздыванием по управлению // Вестник ТОГУ. – 2011. – № 2(21). – С. 13-22.