ЗАДАЧА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА КРЕДИТНО-ДЕПОЗИТНОЙ ПОЛИТИКИ КОАЛИЦИИ ЗАЁМЩИКОВ

Байрамов О.Б., Сытов А.Н.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН,
Россия, г. Москва, ул. Вавилова д.40
fereshko@yandex.ru

Аннотация: Рассматривается коалиция заёмщиков, которая по своей организационной структуре напоминает традиционный банк. Задача управления данной коалицией сводится к решению ряда оптимизационных задач. Выбор оптимальных ставок депозитов и кредитов предлагается осуществлять при помощи метода исследования пространства параметров. Приводится результат одного вычислительного эксперимента.

Ключевые слова: коалиция заёмщиков, линейное программирование, многокритериальная оптимизация, метод исследования пространства параметров, вычислительный эксперимент

Введение

В работах [1-2] предлагались модели коалиции заёмщиков и с помощью вычислительного эксперимента изучались условия их сбалансированного функционирования во внешней среде. Описанным в них объектам в реальном мире ближе всего соответствуют ссудно-сберегательные кассы. В настоящей работе рассматривается другой вид коалиции заёмщиков, который уже ближе к традиционной банковской организации.

Будем считать, что коалиция организуется по следующему принципу. Одни участники, вступая в коалицию, открывают внутренние депозиты: совершают разовый денежный взнос, который коалиция затем возвращает в соответствие с некоторой схемой выплат. Другие участники, вступая в коалицию, берут кредиты и до полного их погашения совершают в кассу коалиции некоторые платежи. Как и в предыдущих работах считается, что в процессе функционирования коалиция имеет возможность осуществлять внешние вложения и заимствования.

Предлагается динамическая модель в дискретном времени такой коалиции заемщиков. Внешние вложения и заимствования в каждый момент времени являются управлениями, а касса коалиции – фазовой переменной. Для выбора ставок внутренних депозитов и кредитов предлагается двухэтапная оптимизационная процедура, основанная на решении некоторой задачи линейного программирования и ЛПτ поиска в пространстве управляющих параметров [3].

Несмотря на то, что с ростом числа различных видов внутренних инструментов коалиции размерность соответствующего пространства параметров возрастает и делает процедуру поиска в вычислительном плане достаточно трудоемкой, при их небольшом количестве такой подход вполне оправдан и приводит к хорошо интерпретируемым результатам. Эти результаты можно рассматривать в качестве “начального приближения” для составления более сложных моделей и при проектировании программных комплексов.

1 Основные обозначения и соотношения модели

Пусть $X_{d,\tau}$ – объем вложений участников на депозит вида $d \in D$ в момент времени τ. Данное вложение осуществляется на срок r_d. В момент времени $t = \tau+1,...,\tau+r_d$ участнику возвращаются денежные средства в размере $U_{d,\tau,t} = x_{d,\tau,t} \cdot X_{d,\tau}$, а на оставшуюся сумму начисляются проценты по ставке $u_{d,\tau}$. Обозначим через $Y_{c,\tau}$ – объем выданных коалицией кредитов вида $c \in C$ в момент времени τ, s_c и $v_{c,\tau}$ – срок и ставка кредитования соответственно. В моменты времени $t = \tau+1,...,\tau+s_c$ участники совершают кредитные платежи $V_{c,\tau,t} = y_{c,\tau,t} \cdot Y_{c,\tau}$.

Отметим, что параметры внутренних инструментов коалиции в каждый момент времени τ должны удовлетворять следующим условиям согласованности выплат:

$$\sum_{t=\tau+1}^{\tau+r_d} \left(1+u_{d,\tau}\right)^{\tau-t} \cdot x_{d,\tau,t} = 1, \ \sum_{t=\tau+1}^{\tau+s_c} \left(1+v_{c,\tau}\right)^{\tau-t} \cdot y_{c,\tau,t} = 1.$$

Поток денежных средств коалиции Q_t по операциям с участниками в момент времени t определяется как разность суммарных притоков и оттоков денежных средств по операциям с внутренними инструментами:

$$Q_t = \sum_d X_{d,t} + \sum_{\tau=0}^{t-1}\sum_c V_{c,\tau,t} - \sum_{\tau=0}^{t-1}\sum_d U_{d,\tau,t} - \sum_c Y_{c,t} .$$

Описание внешних депозитов и кредитов коалиции, по сути, мало чем отличается от описания внутренних инструментов. Подробно оно содержится, например, в работе [2]. Приведем только основные обозначения, которые нам потребуются для постановки задачи: $H_{a,\tau}^D$ – внешние вложения вида a в момент времени τ, $S_{a,\tau,t}^D$ – возвраты с внешнего депозита в момент времени t, $H_{b,\tau}^C$ – внешние заимствования вида b в момент времени τ, $S_{b,\tau,t}^C$ – кредитные платежи в момент времени t Введем соответствующие агрегированные переменные:

$$H_t^D = \sum_a H_{a,t}^D ,\ S_t^D = \sum_{\tau=0}^{t-1}\sum_a S_{a,\tau,t}^D ,\ H_t^C = \sum_b H_{b,t}^C ,\ S_t^C = \sum_{\tau=0}^{t-1}\sum_b S_{b,\tau,t}^C .$$

Пусть T^f – момент времени, когда закроется последний внутренний депозит и будет погашен последний внутренний кредит. Считается, что после этого момента коалиция уже не вкладывает и не занимает деньги во внешнем мире, но может совершать операции с открытыми ранее инструментами вплоть до момента полного окончания работы T. Касса коалиции в момент времени t характеризуется переменной M_t и ее изменение во времени описывается конечно-разностными уравнениями

(1) $M_{t+1} = M_t - H_{t+1}^D + S_{t+1}^D + H_{t+1}^C - S_{t+1}^C + Q_{t+1}$, $t = 0,...,T^f - 1$,

$M_{t+1} = M_t + S_{t+1}^D - S_{t+1}^C$, $t = T^f,...,T-1$

с начальным условием $M_0 = -H_0^D + H_0^C + Q_0$.

2 Постановка задачи

Считается, что ставки каждого вида внутренних депозитов и кредитов не зависят от времени и равны соответственно u_d, v_c. Составим из них вектор управляющих параметров α. Пусть $X_{d,\tau}$ и $Y_{c,\tau}$ – известные функции u_d и v_c. Зафиксируем сроки r_d, s_c и выберем соответствующие схемы возврата денежных средств. Основные параметры, характеризующие внешние инструменты коалиции считаются заданными.

Рассмотрим следующую схему управления коалицией. На первом уровне при различных значениях α сначала рассчитывается поток денежных средств по операциям с участниками $Q_t = Q_t(\alpha)$. Затем находятся такие управления $\widehat{H}_{a,t}^D(\alpha)$, $\widehat{H}_{b,t}^C(\alpha)$, $t = 0,...,T^f$ и значения фазовой переменной $\widehat{M}_t(\alpha)$, $t = 0,...,T$, которые доставляют решение линейной программе

(2) $M_T \to \max$,

$H_{a,t}^D \ge 0$, $a \in A$; $H_{b,t}^C \ge 0$, $b \in B$, $t = 0,...,T^f$;

$H_t^D \le \bar{H}_t^D$, $H_t^C \le \bar{H}_t^C$, $t = 0,...,T^f$;

$M_t \ge 0$, $t = 0,...,T^f$.

Здесь $\bar{H}_t^D$, $\bar{H}_t^C$ – ограничения сверху на суммарные внешние вложения и заимствования. Линейные соотношения (1) представляют собой дополнительные ограничения для данной задачи. На втором уровне формулируется следующая задача многокритериальной оптимизации:

(3) $u_d \to \max$, $d \in D$;

$v_c \to \min$, $c \in C$; $\widehat{M}_t(\alpha) \ge 0$, $t = T^f + 1,...,T$.

Точки пространства параметров, удовлетворяющие ограничениям-неравенствам в (2), будем называть допустимыми. Оптимальные по Парето допустимые точки (эффективные) предлагается выбирать в качестве искомых для выбора соответствующих ставок внутренних инструментов коалиции.

3 Вычислительный эксперимент

Приведем результаты одного расчета. Временной шаг зададим равным одному месяцу. Параметры, характеризующие внешние вложения и заимствования коалиции, выберем как в работе [3] и будем считать, что на суммарные внешние вложения и заимствования коалиции не накладываются ограничения сверху.

Рассмотрим случай, когда существует только по одному виду внутренних депозитов и кредитов со сроками $r=12$, $s=24$ и ставками u и v, соответственно. Участники открывают депозиты на интервале от 0 до 60. Накопленные на депозите деньги возвращаются им в конце срока, т.е.

$$x_{\tau,t}=0,\ t=\tau+1,...,\tau+11;\ x_{\tau,t}=(1+u)^{12},\ t=\tau+12;\ \tau=0,...,60.$$

Пусть вклады участников в каждый момент времени зависят от ставки депозитов, выраженной в процентах годовых, следующим образом: $X_\tau(u_{\%})=0.4078\cdot u_{\%}^{\ 0.6471}$.

Внутренние кредиты выдаются в моменты времени от 12 до 72, причем $Y_\tau(v_{\%})=18.2897/v_{\%}^{\ 1.1696}$, и возвращаются ежемесячными равными платежами. В таком случае

$$y_{\tau,t}=\frac{v\cdot(1+v)^{24}}{(1+v)^{24}-1},\ t=\tau+1,...,\tau+24,\ \tau=12,...,72.$$

Создадим полигон из 1000 пробных точек $\alpha=(u,v)$, так что $0<u_{\%}\le 10$, $5\le v_{\%}\le 20$. В результате расчетов 638 точек оказались допустимыми и 23 эффективными, см. рис. 1.

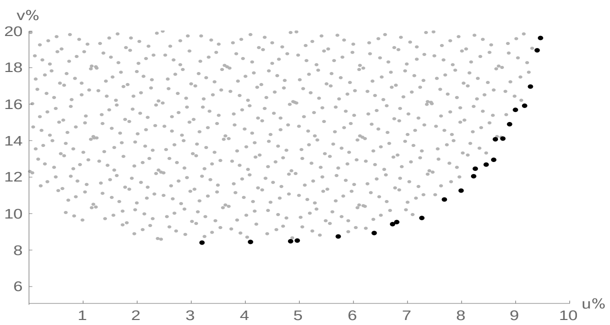

Рис. 1. Допустимые и эффективные точки

На рисунке допустимые точки имеют слегка серый оттенок, а эффективные выделены ярким черным цветом. Паретовская точка с координатами (7.268, 9.764) соответствует точке с минимальным спредом (разность между ставками внутренних кредитов и депозитов), (3.195, 8.395) – эффективная точка с минимальной ставкой внутреннего депозита.

Литература

1. *Сытов А.Н.* Вычислительные эксперименты с моделью общего старта в инвестиционных проектах //Материалы одиннадцатой международной конференции «Управление развитием крупномасштабных систем MLSD-2018» (1-3 октября 2018г., Москва, Россия). В двух томах. Том I. М.: ИПУ, 2018, с. 332-335.

2. *Гасанов И.И., Ерешко Ф.И., Сытов А.Н.* Инструментарий параметрического программирования в модели финансовой Коалиции. Труды ИСА РАН. Том 69. Выпуск 2. 2019. С. 28-37.

3. *Соболь И.М.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями: учеб. пособие для вузов / И.М. Соболь, Р.Б. Статников. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Дрофа, 2006. – 175с.