КОМПЛЕКС МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЕНИЯ БОЕВЫМИ И ВОЕННЫМИ ДЕЙСТВИЯМИ

Шумов В.В.

Отделение погранологии Международной академии информатизации,
Россия, г. Москва, Ленинградский просп., д.3/5
v.v.vshumov@yandex.ru

Аннотация: Комплекс моделей управления боевыми действиями включает вероятностную и теоретико-игровую модель боя, расширение модели динамики боя. Также представлена модель учета общественных издержек на ход и исход войн, позволяющая объяснить проигрыш в войне со слабым в технологическом отношении противником.

Ключевые слова: бой, наступление, оборона, моральный фактор, теоретико-игровая модель.

Введение

Моделирование боевых действий началось во время первой мировой войны [1]. В годы второй мировой войны возник научный метод «исследование операций», дающий в распоряжение военного командования или другого исполнительного органа количественные основания для принятия решений по действию войск или других организаций, находящихся под их управлением.

Поскольку всякий бой, сражение есть взаимодействие с разумным противником, преследующим противоположные цели, то модели принятия решений обычно основаны на использовании методов теории игр [2]. В органах управления объединений, соединений и частей выполняются оперативно-тактические расчеты, основанные на учете боевого опыта и данных военной статистики. Анализ опыта моделирования боевых действий показал, что государство тратит слишком много ресурсов на разработку технических решений в ущерб повышению квалификации военных специалистов по анализу исследования операций [3].

1 Модели боевых действий

1.1 Вероятностная модель боя

Пусть имеются две противостоящих друг другу боевых группы. Боевая численность первой группы равна x, численность второй – y. Обозначим β – параметр боевого превосходства первой стороны над второй. Допустим, что исход боя определяется результатами боестолкновений отдельных боевых единиц сторон, а сами боевые единицы с точки зрения их боевых возможностей однородны (т.е. каждая боевая единица в равной степени пользуется результатами обеспечения боя, разведки, наведения и т.д.). Тогда, учитывая классическое определение вероятности, определим вероятность победы в бою первой стороны по формуле [4]:

$$p_x(x,y)=\frac{\beta x}{\beta x+y}=\frac{q}{q+1},\quad q=\frac{\beta x}{y}, \tag{1}$$

где q есть соотношение сил сторон (превосходство первой стороны).

С использованием функции правдоподобия найдено выражение для статистической оценки параметра боевого превосходства:

$$\frac{ms}{\beta}-\sum_{i=1}^{m}\frac{x_i}{\beta x_i+y_i}=0, \tag{2}$$

где: m – количество наблюдений за ходом и результатами боев (объем выборки); s – доля боев, в которых победила первая сторона; $x_i > 0$ ($y_i > 0$) – количество боевых единиц первой (второй) стороны, участвовавших в i-м бою.

1.2 Теоретико-игровая модель «наступление-оборона»

Пусть имеется n обороняемых пунктов (районов, участков, направлений) с номерами $i = 1, \ldots, n$, где возможен прорыв средствами наступающих. Обозначим R_x и R_y – количества боевых средств в распоряжении наступающих и обороняющихся. Ресурсы R_x и R_y полагаются бесконечно делимыми, что позволит учесть действия своих, приданных и поддерживающих единиц, когда их усилия попеременно направлены на различные пункты и задачи.

Наступающая сторона состоит из войск первого эшелона, имеющего задачу прорыва обороны хотя бы на одном из обороняемых пунктов, и войск второго эшелона, которые вводятся в прорыв с задачей разгрома второго эшелона (резервов) обороны и выхода на назначенный рубеж в глубине обороны. Вектор средств наступления:

$$x=(x_1,\ldots,x_n,u)\in X=\left\{x \mid \sum_{i=1}^{n}x_i+u=R_x\right\},\ x_i,\,u\in\Re, \tag{3}$$

где: $x_i \geq 0$ – количество средств первого эшелона, имеющих задачу прорыва пункта i; $u \geq 0$ – количество средств второго эшелона.

Обороняющаяся сторона состоит из войск первого эшелона и резерва (или второго эшелона). Задача первого эшелона заключается в недопущении прорыва пунктов обороны, задача резерва (второго эшелона) – в нанесении контрудара в случае прорыва обороны или удержании второй линии обороны. Вектор средств обороны:

$$y=(y_1,\ldots,y_n,w)\in Y=\left\{y \mid \sum_{i=1}^{n}y_i+w=R_y\right\},\ y_i,\,w\in\Re, \tag{4}$$

где: $y_i \geq 0$ – количество средств первого эшелона, имеющих задачу обороны пункта i; $w \geq 0$ – количество средств резерва, предназначенных для нанесения контрудара в случае прорыва пункта i.

Определим целевую функцию первого эшелона наступающих в виде:

$$f(x,y)=\max_{i=1,\ldots,n}\left(\frac{\beta_i x_i}{\beta_i x_i+y_i}\right), \tag{5}$$

где: β_i – параметр боевого превосходства наступающих на i-м пункте обороны.

Доказано [5], что цена игры при прорыве первого эшелона обороны равна:

$$v=\frac{r_x B}{r_x B+r_y}=\frac{r_x\sum_{j=1}^{n}\beta_j}{r_x\sum_{j=1}^{n}\beta_j+r_y},\quad r_x=R_x-u,\quad r_y=R_y-w,\quad B=\sum_{j=1}^{n}\beta_j, \tag{6}$$

где: B – агрегированный параметр боевого превосходства первого эшелона наступающих.

Вынужденность обороны непосредственно следует из последнего выражения – с ростом количества пунктов обороны возможности наступающих существенно возрастают.

Определим целевую функцию наступающих в виде:

$$F(u,w)=\frac{B(R_x-u)}{B(R_x-u)+R_y-w}\times\frac{\delta u}{\delta u+w}, \tag{7}$$

(8) $$0 < u_1 \le u \le u_2 < R_x,\quad 0 < w_1 \le w \le w_2 < R_y,$$

где: δ – параметр боевого превосходства второго эшелона наступающих над резервом обороны; $u_1 > 0$, $u_2 > 0$, $w_1 > 0$, $w_2 > 0$– малые величины.

Содержательно целевая функция $F(u, w)$ наступающих заключается в максимизации вероятности прорыва первого эшелона и отражении контратаки второго эшелона (резерва) обороняющихся. Целевая функция обороняющихся соответственно равна $1–F(u, w)$, т.е. мы имеем антагонистическую игру. Оптимальные стратегии сторон в бою равны:

(9) $$u^* = R_x D,\quad w^* = R_y D,\quad D = \frac{R_y + BR_x}{2R_y + (B+\delta)R_x} = 1 - \frac{R_y + \delta R_x}{2R_y + (B+\delta)R_x}.$$

Значение параметра D есть доля войск, выделенных во второй эшелон (резерв). Эта доля растет с увеличением параметра B, уменьшается с увеличением параметра δ и мало зависит от численностей боевых единиц сторон.

1.2 Расширение модели динамики боя

Участники боя делятся на три группы: 1) убитые и раненные в бою; 2) уклоняющиеся от ведения боя; 3) активно участвующие в бою. Пусть $u(t)$ и $v(t)$ есть доли пораженных бойцов первой и второй стороны в момент времени t:

(10) $$u(t) = \left(x_0 - x(t)\right)/x_0,\quad v(t) = \left(y_0 - y(t)\right)/y_0,$$

где: $x(t)$ ($y(t)$) – численность войск первой (второй) стороны в момент времени $t > 0$, численности в нулевой момент времени – x_0 и y_0 соответственно.

Полагая, что реакция бойцов на «кровавые потери» подчиняется основному закону психофизики в форме С. Стивенса, запишем вероятности отказа бойцов первой и второй стороны от ведения боя:

(11) $$\pi_x(u(t)) = u(t)^A,\quad \pi_y(v(t)) = v(t)^B$$

или (по определению медианы)

(12) $$0{,}5 = (\lambda_x)^A,\quad 0{,}5 = (\lambda_y)^B,\quad A = \ln(0{,}5)/\ln(\lambda_x),\quad B = \ln(0{,}5)/\ln(\lambda_y),$$

где λ_x и λ_y есть выдерживаемые «кровавые» (убитыми и ранеными) потери первой и второй стороны.

Тогда уравнение динамики высокоорганизованного боя, учитывающее моральные потенциалы участников конфликта, будет иметь вид:

(13) $$\frac{dx(t)}{dt} = -a_y y(t)\left(1 - v(t)^B\right),\quad \frac{dy(t)}{dt} = -a_x x(t)\left(1 - u(t)^A\right).$$

Задача (13) имеет численное решение.

2 Влияние общественных издержек на ход и исход войн

Победа в войнах не всегда определяется соотношением военных потенциалов государств-участников, чему в истории имеется множество подтверждений (война США во Вьетнаме, война СССР в Афганистане и др.). Для анализа и прогноза исхода войн необходимо учитывать отношение народов к войне.

Пусть имеются две стороны, участвующие в конфликте. Обозначим через $x(t)$ ($y(t)$) численность участников первой (второй) стороны в момент времени $t > 0$, численности в нулевой момент времени – x_0 и y_0 соответственно. Пусть первая сторона имеет решающее превосходство в силах и средствах над второй стороной и, вместе с тем, является агрессором, тогда как вторая сторона считает конфликт справедливым, а победу в нем – крайне важной. Обозначим через X_0 и Y_0 численности населения первой и второй страны в момент начала конфликта. Положим, что за время конфликта естественным приростом (убылью) населения можно пренебречь. Обозначим Λ_x и Λ_y выдерживаемую обществом первой и второй страны долю потерь. Рассмотрим модель с вводом резервов – стороны поддерживают численности своих войск на одном уровне, компенсируя потери. Из уравнений М.П. Осипова и условия постоянства численности войск получим

(14) $$x_R(t) - \beta_y y(t) = 0,\quad y_R(t) - \beta_x x(t) = 0,\quad x_R(t) = x_0 - x(t),\quad y_R(t) = y_0 - y(t),$$

где: β_x и β_y –коэффициенты боевой эффективности первой и второй стороны; $x_R(t)$ и $y_R(t)$ – количество введенного в сражение резерва (равного потерям в ходе боев).

Решение уравнений (14):

$$x_R(t) = x_0 - x(t) = \beta_y \frac{y_0 - \beta_x x_0}{1 - \beta_x \beta_y}, \quad y_R(t) = y_0 - y(t) = \beta_x \frac{x_0 - \beta_y y_0}{1 - \beta_x \beta_y}. \tag{15}$$

Таким образом, нами рассмотрен комплекс моделей боевых и военных действий, включающий вероятностную и теоретико-игровую модель боя, расширение модели динамики боя. Также выполнен учет общественных издержек на ход и исход войн, позволяющий объяснить проигрыш в войне со слабым в технологическом отношении противником.

Литература

1. *Осипов М. П.* Влияние численности сражающихся сторон на их потери // Военный сборник. – 1915. – № 6. – С. 59–74; № 7. – С. 25–36; № 8. – С. 31–40; № 9. – С. 25–37.
2. *Гермейер Ю. Б.* Введение в теорию исследования операций. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1971. – 384 с.
3. *Bonder S.* Army operations research – historical perspectives and lessons learned // Operation Research. – 2002. – Vol. 50. – No 1. – P. 25–34.
4. *Шумов В.В.* Учет психологических факторов в моделях боя (конфликта) // Компьютерные исследования и моделирование. – 2016. – Т. 8. – № 6. – С. 951-964.
5. *Шумов В.В*. Теоретико-игровая модель обороны стационарных объектов // Системы управления и информационные технологии. – 2019. – № 2 (76). – С. 18–21.