НЕИНВАРИАНТНОСТЬ КОНСЕНСУСА В МОДЕЛИ ФРЕНЧА-ДЕ ГРООТА, КОГДА МНЕНИЯ АГЕНТОВ ЯВЛЯЮТСЯ ВЕРОЯТНОСТНЫМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ, А ИТОГОВОЕ МНЕНИЕ СОЦИАЛЬНОЙ СЕТИ ДОЛЖНО БЫТЬ ВЫРАЖЕНО ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ ЧИСЛОМ[122]

Федянин Д.Н.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
dfedyanin@inbox.ru

Аннотация: Я рассматриваю условия, при которых консенсус об инвариантности сохраняется в модели Френча-де Гроота, когда мнения агентов являются вероятностными распределениями, а итоговое мнение социальной сети должно быть действительным числом. В статье показана неинвариантность нормального распределения, бета-распределения и инвариантность класса квази-квадратичного распределения..

Ключевые слова: модель Де Гроота, социальные сети, нечеткая логика, агрегация мнений, здравый смысл, социальный выбор, статистика

Введение

Де Гроот написал следующее в своей знаменитой статье в журнале Американской статистической ассоциации (1973).

‘Рассмотрим группу из k человек, которые должны действовать вместе, в команде или в комитете, и предположим, что каждый из k человек может указать свое субъективное распределение вероятностей для неизвестного значения некоторого параметра θ. В этой статье мы представим модель, которая описывает, как группа может достичь консенсуса и сформировать общее субъективное распределение вероятностей для θ, просто раскрывая свои индивидуальные распределения друг другу и объединяя свое мнение »[10].

---

[122] *Работа была подготовлена при финансовой поддержке РНФ, проект* 16-19-10609.

Основная идея этой статьи - взглянуть на комбинацию метода агрегации и метода дефаззификации (или отображения), чтобы найти инвариантность, и мы можем показать некоторые новые результаты.

Сама идея дефаззификации вообще не нова. См., Например, есть обзор [18] в Международном журнале интеллектуальных систем (2001).

Тем не менее, это все еще актуальная тема, см., например, статью в Neural Computing and Applications (2019) с заголовком «Консенсусная модель для группового принятия решений в среде трапециевидных нечетких чисел». «Естественные лингвистические термины могут предпочтительно выражать мнения лица, принимающие решения в сложной среде принятия решений. Групповое принятие решений с мультипликативными трапециевидными нечеткими отношениями предпочтений, трансформирующимися из естественных лингвистических терминов, привлекает внимание… »[13].

Со статистической точки зрения наше исследование посвящено свойствам смесей плотностей, что, вообще говоря, является сложной проблемой.

Существуют и другие модели консенсуса [1-5].

1 Компоновка текстового материала

1.1 Оформление начальных элементов

Рассматриваются два сложных механизма коллективного выбора, каждый из которых имеет свой сценарий взаимодействия между агентами.

Рассматриваемые механизмы коллективного выбора являются сложными, поскольку они представляют собой последовательное применение механизма единого выбора для заданного распределения вероятностей на множестве альтернатив и механизма коллективного выбора, который можно понимать как механизм достижения консенсуса. Множество альтернатив компактно на множестве действительных чисел. В обоих сценариях агенты имеют вероятное представление о том, какая альтернатива является более предпочтительной.

В первом сценарии - простой консенсус [8, 11], все агенты выбираются на основе их личных вероятностных распределений для одной альтернативы и применяют одинаковый для всех агентов механизм выбора единственной альтернативы, а результат сообщается другим агентам. , Таким механизмом может быть, например, выбор режима или ожидание. Затем применяется один из механизмов [6 - 8]. Полученное мнение является консенсусом, если предположить, что оно существует [9].

Второй сценарий - глубокий консенсус - изначально применяет механизм коллективного принятия решений, но для распределения вероятностей. Например, если мы используем процесс изменения мнений в модели де Гроота [10], то это будет просто распределение вероятностей, которое будет взвешенной суммой начальных распределений вероятности. Есть еще несколько похожих моделей [14 - 16]. Затем тот же механизм выбора применяется к полученному из единственной альтернативы, которая использовалась агентами индивидуально в предыдущем сценарии.

В результате в каждом из двух сценариев мы получаем одну альтернативу. Например, в более ранних работах [2] было показано, что если механизмы выбора единственной альтернативы - это выбор моды, а механизм коллективного выбора - консенсус де Гроота, то результаты рассмотренных сценариев, как правило, будут другими. В то же время можно показать, что если механизм выбора единственной альтернативы заменяется выбором математического ожидания, то результаты рассмотренных сценариев всегда будут совпадать.

В общем случае два сложных механизма можно сравнить по некоторому критерию, в роли которого может выступать данная функция полезности центра. Также можно проследить, как, учитывая ограничения, контроль со стороны центра над параметрами механизмов и начальным распределением вероятности агентов должен быть для того, чтобы центр мог достичь для него наилучшего результата. Если на множестве возможных контрольных центров центра есть метрика, то также можно проследить эффективность механизма управления - связь значения критерия целевой функции центра с контрольными затратами в соответствии с выбранной метрикой

Простой консенсус и глубокий консенсус при непрерывно дифференцируемой функции плотности вероятности и только одной моды совпадают тогда и только тогда, когда выполняется следующее свойство.

$$\sum_{i\in N} w_i \arg\max_x f_i(x, M_i) = \arg\max_x \sum_{i\in N} w_i f_i(x, M_i),$$

где $M_i = \arg\max_x f(x, M_i)$.

Обратите внимание, что для непрерывного распределения с одним максимумом и некоторыми другими хорошими свойствами это уравнение должно выполняться

$$\sum_{i\in N} w_i \frac{\partial}{\partial x} f_i(x, M_i) = 0$$

в точке $x = \sum_{i\in N} w_i M_i$.

НЕИНВАРИАНТНОСТЬ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Мы начали с графика связей в социальной сети агентов, но выяснили, что эффект есть даже на общении двух агентов. Давайте сначала проверим нормальное распределение.

Функция плотности вероятности

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Простой консенсус

$$x = \alpha \arg\max_x f(x, M) + (1-\alpha)\arg\max_x f(x, 0) = \alpha M + (1-\alpha)\cdot 0 = \alpha M$$

Глубокий консенсус

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x) = -\frac{2(x-\mu)}{2\sigma^3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{(x-\mu)}{\sigma^3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad \frac{6\sigma_1^2\sigma_2^2}{\mu^2}\log\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\sigma_2^2 - \sigma_1^2\right)\alpha^2 - 2\alpha\sigma_2^2 - \sigma_2^2$$

Это означает, что даже для одного и того же второго момента уравнение неверно для любого веса мнения 1-го агента α, поэтому глубокие и простые утверждения могут отличаться.

Отметим, что для симметричных мнений, отличающихся только модой, в точке α = 1/2 глубокий и простой консенсусы совпадают. Например, для нашего примера, глубокие и простые согласия совпадают при α = 1/2, когда σ1= σ2.

ИНВАРИАНТНОСТЬ

Идея. Для любого числа агентов n> 1, если их представления являются функция плотностями вероятности, совпадающими в интервале между минимальным и максимальным режимами мнений агентов с квадратичным функция плотностями вероятности которые отличаются только модами, тогда глубокий и простой консенсус совпадают.

Литература

1. *Flache, Andreas, Mäs, Michael, Feliciani, Thomas, Chattoe-Brown, Edmund, Deffuant, Guillaume, Huet, Sylvie and Lorenz,* 'Models of Social Influence: Towards the Next Frontiers' Journal of Artificial Societies and Social Simulation 20 (4) 2 <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/20/4/2.html>. 2017 doi: 10.18564/jasss.3521

2. *Chkhartishvili, A., & Kozitsin, I.* “Binary Separation Index for Echo Chamber Effect Measuring”. In 2018 Eleventh International Conference" Management of large-scale system development"(MLSD (pp. 1-4). IEEE.

3. *Kozitsin, I. V., & Belolipetskii, A. A.* Opinion convergence in the Krasnoshchekov model. The Journal of Mathematical Sociology, 43(2), 104-121.

4. *Kozitsin, I. V.* Generalization of Krasnoshchekov’s model for the case of a decomposable matrix of social interactions. Mathematical Models and Computer Simulations, 10(4), 398-406.

5. *Belolipetskii, A. A., & Kozitsin, I. V.* Dynamic variant of mathematical model of collective behavior. Journal of Computer and Systems Sciences International, 56(3), 385-396

6. *Agaev, R.P. and Chebotarev, P.Yu.,* Convergence and Stability in Characteristic Coordination Problems, Upravlen. Bol’sh. Sist., 2010, vol. 30, no. 1, pp. 470–505.

7. *Agaev, R.P. and Chebotarev, P.Yu*., The Projection Method for Reaching Consensus and the Regularized Power Limit of a Stochastic Matrix, Autom. Remote Control, 2011, vol. 72, no. 12, pp. 2458–2476.

8. *Zuev, A.S. and Fedyanin, D.N.,* Models of Opinion Control for Agents in Social Networks, Autom. Remote Control, 2012, vol. 73, no. 10, pp. 1753–1764. AUTOMATION AND REMOTE CONTROL Vol. 79 No. 6 2018

9. *Berger, R.L.,* A Necessary and Sufficient Condition for Reaching a Consensus Using DeGroot’s Method, J. Am. Statist. Assoc., 1981, vol. 76, pp. 415–418.

10. *DeGroot, M.H.,* Reaching a Consensus, J. Am. Statist. Assoc., 1974, no. 69, pp. 118–121.

11. *Golub, B. and Jackson, M.O.,* Na¨ıve Learning in Social Networks and the Wisdom of Crowds, Am.

12. *Wu H., Ren P., Xu Z.* Hesitant Fuzzy Linguistic Consensus Model Based on Trust-Recommendation Mechanism for Hospital Expert Consultation //IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 2019.

13. *Wu, Peng, et al*. "A consensus model for group decision making under trapezoidal fuzzy numbers environment." Neural Computing and Applications 31.2 (2019): 377-394.

14. *Eisenberg E., Gale D.* “Consensus of Subjective Probabilities: The Parti-Mutuel Method”. Annals of Mathematical Statistics, 30 (March 1959), 165-168.

15. Savage , Leonard J. “Elicitation of Personal Probabilities and Expectations”, Journal of the Americal Statistical Association, 66 (December 1971), 783-801
16. Norvig, Torsten “Consensus of Subjecive Probabilties: A Convergence Theorem”, Annals of Mathematical Statistics, 38, (February 1967), 221-225.
17. Cardona, Gustavo A., and Juan M. Calderon. "Robot Swarm Navigation and Victim Detection Using Rendezvous Consensus in Search and Rescue Operations." Applied Sciences 9.8 (2019): 1702.
18. Roychowdhury, Shounak, and Witold Pedrycz. "A survey of defuzzification strategies." International Journal of intelligent systems 16.6 (2001): 679-695.

n

0

$= \quad {}_0 \quad = \quad p \quad {}_1 \quad = \quad p_{+}$