

КЕЙСЫ СИММЕТРИИ В ЭКОНОМИКЕ И ОБЩЕСТВЕ¹²⁰

Рассказов С.В.

Санкт-Петербургский государственный университет,
Россия, г. Санкт-Петербург, Университетская набережная, д. 7–9
rasskazovs2015@rambler.ru,

Рассказова А.Н., Королева Е.В..

Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики",
Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Кантемировская д.3
an_rasskazova@mail.ru, koroleval1e@gmail.com

Аннотация: Дана методология выявления и анализа теоретико-групповой симметрии в социально-экономических приложениях. Раскрыта симметрия в кейсах оценивания условных требований, основных гипотез финансовых рынков, рядов динамики фондовых индексов, распределения численности населения городов и длительностей исторических периодов. Показана связь решений на основе симметрии, в частности, с управлением пенсионными накоплениями и потоками миграции.

Ключевые слова: симметрия, теория групп, масштабная инвариантность, стохастический процесс, стабильность, кризис, закон Ципфа, социальное управление.

Введение

Принцип математической симметрии универсален по отношению к выбору предметной области. Он широко применяется в математике, физике, цифровой обработке сигналов. Цель данной работы - раскрыть теоретическую и практическую значимость принципа симметрии в социально-экономических системах и следствия для управления ими.

1 Методология

В основе используемой в нашей работе методологии лежит понятие «симметрии». Под ней понимается инвариантность относительно некоторой группы преобразований. Гомоморфизм заданной группы G с элементами g в некоторую специальную группу G' называется представлением этой группы. Обозначив представление исходной группы через $T(g)$, из определения гомоморфизма видно, что для представления выполняется групповой закон умножения $T(g_1 * g_2) = T(g_1) \cdot T(g_2)$. Здесь символы «*» и «·» обозначают бинарные операции в группах G и G' . Функция $T(g)$ является инвариантной относительно группы преобразований G с точностью до некоторого постоянного множителя. Теоретико-групповой анализ и вывод решений на его основе является одним из направлений приложения принципа симметрии в социальных науках.

Другое направление исследований учитывает самоподобные, включая мультифрактальные, свойства некоторых типов случайных процессов. К таким последовательностям относятся, в частности, обобщенное (дробное) броуновское движение (fBm) и случаи стабильного распределения Парето-Леви. Методология выявления симметрии здесь состоит в построении частотных распределений (гистограмм), нормированных на $(\Delta_t)^H$ приращений значений исследуемого процесса для различных масштабов времени (H - показатель Херста). При этом исходный временной ряд первоначально прореживается с шагом Δ_t . Совпадение графиков свидетельствует о возможном существовании масштабной симметрии. При отсутствии указанной нормировки увеличение интервала между отсчетами приводит к меньшей предсказуемости соседних значений и росту изменчивости, что проявляется в расширении кривых.

Далее обратим внимание на такое применение симметрии, как предсказание обвала рынка. Здесь используется прямая аналогия с физикой, где инвариантность при сжатиях/растяжениях аргумента нередко соответствует поведению процессов в окрестности критической точки. В определенном смысле в обществе и экономике им соответствуют явления накануне кризисов. В ряде публикаций (например, [6]) утверждается, что за несколько месяцев до точки слома тенденции роста с последующим значительным падением индекса, появляется явно выраженная детерминированная мультипликативная гармоническая составляющая типа $\cos[\omega \ln(t)]$. Для обнаружения такого сигнала часто используется периодограмма Ломба. Присутствие на ней узких пиков на определенных частотах свидетельствует о возможном существовании гармонических компонент. Максимумы соответствуют наиболее важным составляющим. Чем больше пик, тем при наличии шума выше статистическая значимость соответствующей периодической компоненты.

¹²⁰ Работа выполнена по гранту РФФИ 19-18-00210 «Политическая онтология цифровизации: исследование институциональных оснований государственной управляемости»

Перечисленные направления не исчерпывают всех накопленных к данному моменту знаний о симметрии в социальных науках. Ее можно «обнаружить», скажем, в теории индексов, корпоративном управлении, а также во множестве других приложений.

2 Результаты и их обсуждение

В данном пункте рассматриваются кейсы, раскрывающие выделенные в предыдущем пункте направления и их связь с управлением. Самый простой кейс относится к принципу неравноценности денег во времени. Его математический фундамент составляет формула $S_+ = P \cdot e^{\rho \Delta_+}$, где $\Delta_+ = t_2 - t_1$, P и S - современная и будущая стоимости инвестиции (ссуды, вклада, капитала и т.п.) в моменты времени t_1 и t_2 соответственно, $\rho = const$ - сила роста; $k(\Delta_+) = e^{\rho \Delta_+}$ - функция наращивания. Очевидно, что значение S_+ не изменяется при сдвиге границ интервала, то есть $\Delta_+ = (t_2 \pm \tau) - (t_1 \pm \tau) = t_2 - t_1$. На теоретико-групповом языке сказанное означает существование аддитивной симметрии, то есть неизменности (инвариантности) функции относительно трансляций (сдвига) времени $t \rightarrow t \pm \tau$. Причем именно последнее обстоятельство, а не какое-либо иное, математически однозначно определяет экспоненту (e) и конкретный вид интервала Δ_+ .

При другой подгруппе решение и следствия из него будут иными, зависящими от выделенной в конкретной решаемой задаче симметрии. В реальной жизни имеет место неравномерность субъективного времени [2]. Она напоминает мультипликативное преобразование (сжатие/растяжение), которое определяется подгруппой $G_\bullet = \{g : t \rightarrow \alpha t\}$. Соответствующая мера интервала времени характеризуется мультипликативной длительностью $\Delta_\bullet = \ln(t_2 / t_1)$. Здесь формулы будущей и современной стоимости принимают вид $S_\bullet = P e^{\rho \ln(t_2/t_1)}$ и $P = S_\bullet e^{-\rho \ln(t_2/t_1)}$ соответственно. Эти выражения формализуют наблюдения психологов. Согласно им, люди осуществляют выбор награды таким образом, как будто они дисконтируют по большей ставке, если делают это раньше во времени. Если речь идет об управлении пенсионными накоплениями или сбережениями, то необходимо учитывать, что при мультипликативной симметрии акцент делается на краткосрочных выгодах, тогда как при использовании традиционной формулы – на долгосрочных. Симметричные рассуждения предлагают альтернативное решение используемому в поведенческих финансах гиперболическому дисконтированию.

Другие рассмотренные кейсы включают:

- Симметрии на валютном рынке [3] и в задаче оценки условных требований [4]. В первом случае симметрия вводится с использованием преобразования Кельвина K_C . Во втором - калибровочной группы ожиданий/предпочтений $\mathbf{g} = (\mathbf{g}_b, \mathbf{g}_u)$, характеризующей «взаимодействие» между ожиданиями и предпочтениями инвесторов. В данных кейсах существование арбитража означает нарушение некоторой симметрии. Это наблюдение применимо не только к рассмотренным примерам, но и к более общим социально-экономическим ситуациям и управлению в них.
- Формирование фрактальной структуры на российском фондовом рынке. Она объективно отразила зародившийся порядок на макроуровне и позитивные тенденции в ожиданиях инвесторов. На микроуровне показана мультипликативная симметрия внутри высокочастотного диапазона (реализовано М.А. Лекомцевым). Последнее означает возможность использования в алгоритмических торговых системах актуальной рыночной информации из меньшего временного масштаба.
- Упреждающее обнаружение мультипликативной гармоник в индексе РТС перед дефолтом августа 1998 года и объявлением о «великой рецессии» в сентябре 2008 года. Применительно к российскому рынку метод показал хорошие прогностические возможности.
- Закон Ципфа [5], симметрия в котором заключается в неизменности вида функции на различных масштабах численности. В области крупных российских городов показано явное отклонение от симметрии и даются рекомендации по управлению миграционными потоками в России.
- Проверку гипотезы о сжатии социального времени и ускорении исторического процесса [1]. В исторические интервалы вписана зависимость $\cos[\omega \cdot \ln(t_0 - t)]$. На ноль функции логарифма приходится так называемый демографический переход. Для этого периода характерна смена приоритетов в экономике и ценностей в обществе, изменение взаимоотношений между поколениями, трансформация установок практически во всех сферах жизни людей. Эти и другие особенности необходимо учитывать населению и компаниям в своей деятельности и развитии, а также на национальном уровне – при организации социального управления.

Выводы

Представленные в данной работе результаты подтверждают принципиальную возможность и перспективность применения принципа симметрии в социальных науках и практиках. Следует ожидать выявления принципиально новых групп преобразований в таких сложных системах, какими являются общество и экономика, и управления ими на этой основе.

Литература

1. *Каница С.П.* Об ускорении исторического времени // Новая и новейшая история. 2004, № 6. – С.3-16.
2. *Bejan A.* Why the Days Seem Shorter as We Get Older // European Review. Vol. 27, 2019, № 2. – P. 187-194.
3. *Kholodnyi V.A. Price J.F.* Foundations of Foreign Exchange Option Symmetry. IES Press, 1998.
4. *Kholodnyi V.* Beliefs – Preferences Gauge Symmetry Group and Replication of Contingent Claims in a General Market Environment. IES Press, 1998.
5. *Zipf G.* Human Behavior and the Principle of Least Effort. Cambridge, MA: Addison-Wesley, 1949.
6. *Sornette D.* Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems. Princeton and Oxford: Princeton university press, 2017.