

МОДЕЛЬ LOG-ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ С ОБОСТРЕНИЕМ НА БИРЖЕ

Кривошеев О.И.

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65
o-krivosheev@ya.ru*

Аннотация: В работе обсуждается механизм формирования лог-периодического тренда. log-периодические режимы предшествующие качественному изменению динамики встречаются в различных предметных областях и успешно применяются для предсказания времени разрушения технических объектов и экономических кризисов. Однако их теоретическое объяснение применительно к экономике в настоящее время несовершенно и разрабатывается. В работе предлагается вариант такого теоретического объяснения на базе использования сочетания избыточного, спроса возникающего при росте рынка в модели постоянного кредитного рычага для трендовых инвесторов и сопротивления противотрендовых игроков. Это сопротивление, в случае если оно становится некоторой частью стратегии трендовых инвесторов, может отвечать за колебания кредитного рычага на времени детекции изменения (пересчёта) тренда. Показывается, что динамическое изменение времени пересчета тренда способно объяснить учащающиеся по log-периодическому закону осцилляции.

Ключевые слова: лог-периодический режим, log-periodic, режим с обострением на бирже, LPPLS, crash.

Введение

Наиболее известным событием, связанным с режимом с обострением на бирже является биржевой крах 1929 года. Это событие стало крупнейшим экономическим и военно-политическим кризисом XX века. В настоящее время достигнут значительный прогресс в применении режимов с обострениями для прогноза вероятного интервала обвала и смены тенденции на бирже. Исследование режимов с обострением началось с работ Дидье Сорнетта [1-11]. Основное теоретическое объяснение представляет собой модель Йохансена, Ледуота, Сорнетта или JLS [7] модель (названная по первым буквам авторов). Современные исследования касаются улучшения техники определения доверительных интервалов. В этом помогает также формализация модели процесса. Также обсуждаются вопросы повышения скорости вычислений. Последнее достижение было связано с работой Филиппова и Сорнетта в которой, что резко повысило производительность вычислений [6]. Объектом теоретического исследования является также возможное будущее влияние игроков, способных идентифицировать.

Авторы эмпирической модели утверждают [7], что она способна описывать 2/3 обвалов рынка, которые вызваны эндогенными причинами. Оставшуюся треть составляют события экзогенной природы, которые средствами идентификации лог-периодического режима с обострением, естественно, не могут быть предсказаны.

1 Эмпирическая модель

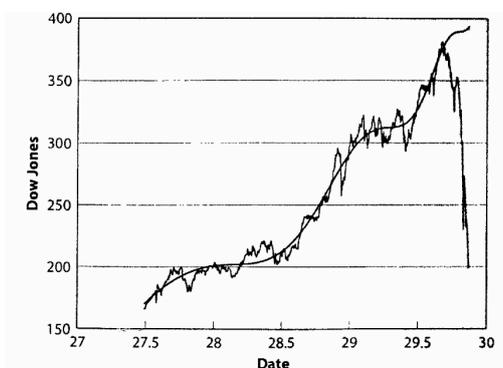


Рис.1 График индекса Доу-Джонс перед началом Великой депрессии - обвалом 1929 года.

Основное уравнение модели имеет вид

$$(1) \quad p = A + B(t_c - t)^{-m} + C(t_c - t)^{-m} \cos(\omega \log(t_c - t) + \varphi)$$

в этой записи 4 нелинейных параметра

t_c - момент обострения,

m - степень роста при приближении к точке сингулярности t_c

ω - логарифмическая частота осцилляций,

φ - фаза,

A, B, C - параметры амплитуды.

Для вычислений эффективна форма

$$(2) \quad p = A + B(t_c - t)^{-m} + C'(t_c - t)^{-m} \cos(\omega \log(t_c - t)) + D \sin(\omega \log(t_c - t)), [].$$

В которой 4 линейных параметра и три нелинейных, что упрощает поиск правильной нелинейной регрессии.

2 Теоретическая модель Йохансена, Ледуота, Сорнетта (JLS)

2.1 Описание модели JLS

В качестве основной теории Сорнетт, Йохансен и Ледуот, предложили модель на базе уравнения первого порядка с шумом

$$(3) \quad d \ln p = \mu(t)dt + \sigma dW - kdj$$

Где величина автономная величина $\mu(t)$ обратно пропорциональна остатку времени до момента обострения.

dW - шум с нулевым матожиданием и «единичной» дисперсией, σ - амплитуда

Последний член отвечает за падение цены в кризис.

Компонент $\mu(t)$ пропорционален первообразной выражения (1) и отвечает уровню риска.

Данная модель исходит из предположения, что инвесторы могут оценить будущую степень падения рыночных цен после момента обострения и расстояние до этого момента обострения, чтобы повысить цены на величину компенсирующую риски.

2.2 Критика

Модель использует информацию о будущем событии. Эта информация оказывается заложена в модель. Мы, как бы, получаем результат, который отчасти заложили.

2.3 Техническое задание на разработку модели

Предлагается ориентироваться на модель, которая получает режим с обострением как результат эволюции автономной системы.

3 Альтернативная модель

3.1 Стратегии постоянного рычага; модель неколебательного тренда

Мы предполагаем, что рыночные агенты осведомлены о трендах на рынке для каждого актива. Мы считаем, что агенты рынка для простоты имеют одну форму эмпирического знания о рынке – каким наиболее близким виннеровским процессом приближается эволюция логарифма цены актива. Под знанием тренда мы понимаем знание пары чисел – скорости генерации дисперсии в винеровском процессе и тренда виннеровского процесса.

i - тренд: он имеет смысл ожидаемой рентабельности

ϕ - скорость генерации дисперсии: $D \ln p(t) = \phi t$

В соответствии со статьёй [12], инвестор, максимизирующий скорость роста собственного капитала использует величину кредитного рычага (процентную ставку можно включить во все нижеследующие формулы, но, чтобы не затемнять их смысл, она положена равной 0)

$$l = \frac{i}{\phi} + \frac{1}{2}$$

Согласно [12]

$$(4) \quad i_c \cong 0.5il$$

средняя доходность собственного капитала i_c в оптимуме численно равна половине произведения трендовой рентабельности на величину кредитного рычага. Это дает в руки трендовых инвесторов половину дохода от капитала. Вторая половина дохода (в среднем) обязана доставаться шумовым трейдерам, доходность собственного капитала которых по соображениям безарбитражности (в среднем) не может отличаться от доходности трендовых инвесторов.

Скорость роста физического актива согласно [12] при 100% реинвестировании составляет i_c . Это значит, что если капитал на рынке S , долгосрочный инвестиционный капитал $S/2$, спрос на новые активы

$$(5) \quad D_s = i_c S / 2$$

Эта модель точная, в среднем

Его уравнивает оставшаяся часть трейдеров, ответственная за ликвидацию сверх-доходных корреляций на бирже. Их деятельность приводит к тому, что шумовой «серфинг» и долгосрочно-трендовые инвестиции выравнивают доходность.

Этот спрос мы пока моделируем феноменологически как желание купить на минимумах, продать на максимумах, измеренных относительно линии ожидаемого тренда: изменение тренда требует затрат энергии и пропорционально величине тренда.

$$(6) \quad S_s = \frac{di}{dt} k(i, l, \phi) \frac{1}{2} S \quad \text{или}$$

$$(7) \quad S_s = \frac{d \ln i}{dt} \frac{1}{2} S f(i, l, \phi)$$

$\frac{d \ln i}{dt}$ - логарифмическая производная тренда

$S/2$ - доля капитала, приходящаяся на шумовых инвесторов

$f(i, l, \phi)$ и $h(i, l, \phi)$, где $k(i, l, \phi) = \frac{f(i, l, \phi)}{i}$ - коэффициенты, зависящие от неизвестных степеней i, l, ϕ .

В первом приближении коэффициенты можно считать функциями рентабельности, поскольку в [12] показано, что l, i и ϕ «в среднем» связаны степенными функциями¹¹⁸, причём, по экспериментальным признакам, вдоль неколебательной LPPLS-трендовой траектории средний рычаг не меняется (при этом, в колебательном расширении нашей модели он немного меняется внутри цикла).

Мы предполагаем, что степень α в зависимости

$$f(i, l, \phi) \approx hi^\alpha$$

равна 0 или достаточно близка к 0, $h = h(l)$ - степенная функция кредитного рычага.

Баланс спроса и предложения даёт уравнение $Da = Sa$, которое (4,5,7) преобразуется к виду

$$(8) \quad 0,5il = \frac{d \ln i}{dt} f(i, l, \phi) \quad \text{или} \quad 0,5il = \frac{d \ln i}{dt} hi^\alpha \quad \text{или} \quad \frac{d \ln i}{dt} = \frac{l}{h} 0,5i^{1-\alpha}$$

Т.е. из $i = \frac{dp}{dt} \frac{1}{p}$ (рентабельность логарифмическая производная цены p) и (8) получим при $\alpha = 0$

$$(9) \quad i = \frac{2h}{l} \frac{1}{t_c - t} \quad \text{и} \quad p = \frac{1}{[t_c - t]^{\frac{2h}{l}}}$$

3.2 Предпосылки возникновения лог-периодических колебаний

Существенную часть нашей модели будет представлять время, на котором можно детектировать излом тренда или отклонение тренда от ранее предполагаемого.

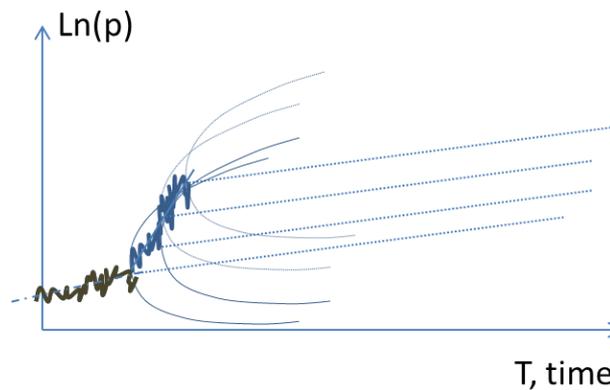


Рис.2 Прогнозируемые тренды движения цен и их доверительные интервалы.

Именно это время – время на котором трендовое отклонение начинает доминировать над броуновским блужданием - в значительной степени обосновывает логарифмическую производную, т.к. сопротивление пропорционально отклонению тренда, накопленному за время детекции отклонения, которое качественно определяется из [12] формулой

$$(10) \quad T = \frac{1}{il} \quad \text{или} \quad T = \frac{1}{2 i_c}$$

Среднее отклонение цены составляет $\frac{1}{2} T^2 \frac{di}{dt}$, отклонение скорости тренда $\Delta i = T \frac{di}{dt} = l^{-1} \frac{d \ln i}{dt}$

Это же время ответственно за рост частоты колебаний в системе не менее чем второго порядка

¹¹⁸ Сами эти функции немножко разные в зависимости от того, имеет ли место переток капитала между рынками с сопутствующим выравниванием доходности.

$$(11) \begin{cases} T \frac{dx}{dt} = \lambda y \\ T \frac{dy}{dt} = -\lambda x \end{cases},$$

сопровождающей осцилляциями неколебательный тренд (9),

где по (9),(10) $T = (il)^{-1} = \frac{t_c - t}{2h}$ и $x = \sin(\omega \ln(t_c - t) + \varphi)$, $y = \cos(\omega \ln(t_c - t) + \varphi)$, а $\omega = 2\lambda h$.

Литература

1. *D. Sornette*, Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2003.
2. *Didier Sornette and Wei-Xing Zhou*. Predictability of Large Future Changes in major financial indices. International Journal of Forecasting, 22:153-168, 2006.
3. *Sornette, D., Zhou, W.-X.*, 2006. Predictability of large future changes in major financial indices. International J. Forecasting 22, 153-168.
4. *Johansen, A., Sornette, D.*, 2001. Bubbles and anti-bubbles in Latin-American, Asian and Western stock markets: an empirical study. International J. Theoretical & Applied Finance 4, 853-920.
5. *Zhang O. Zhang O. Sornette D* (2016) Early Warning Signals of Financial Crises with Multi-Scale Quantile Regressions of Log-Periodic Power Law Singularities. PLOS ONE 11(11): e0165819. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0165819>
6. *Vladimir Filimonov and Didier Sornette*. A Stable and Robust Calibration Scheme of the Log-Periodic Power Law Model. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 392(17):3698-3707, 2013.
7. *Didier Sornette, Ryan Woodard, Wanfeng Yan, and Wei-Xing Zhou*. Clarifications to questions and criticisms on the Johansen, Ledoit, Sornette financial bubble model. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 392(19):4417-4428, October 2013.
8. *Didier Sornette, Guilherme Demos, Qun Zhang, Peter Cauwels, Vladimir Filimonov, and Qunzhi Zhang*. Real-Time Prediction and Post-Mortem Analysis of the Shanghai 2015 Stock Market Bubble and Crash. Journal of Investment Strategies, 4(4):77-95, 2015.
9. *Johansen, A., Ledoit, O., Sornette, D.*, 2000. Crashes as critical points. International J. Theoretical & Applied Finance 3, 219-225.
10. *Sornette D, Johansen A, Bouchaud JP* (1996). "Stock market crashes, Precursors and Replicas". J.Phys. I France. 6 (1): 167–175.
11. *Кривошеев О.И.* Поиск оптимального кредитного рычага в условиях максимизации ожидаемой скорости роста стоимости портфеля. М.: Проблемы управления Вып.6 за 2015г. – с.35-45.