

МАНИПУЛИРУЕМОСТЬ СХЕМ АГРЕГИРОВАНИЯ В МОДЕЛИ ДАУНСА

Карабекян Д.С.¹, Иванов А.А.², Якуба В.И.³

¹*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Россия, г. Москва, ул. Мясницкая д.20
dkarabekyan@hse.ru,*

²*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Россия, г. Москва, ул. Мясницкая д.20*

²*Сколковский институт науки и технологий, Россия, г. Москва, Сколково, ул. Нобеля, 3
aaivanov@hse.ru,*

³*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Россия, г. Москва, ул. Профсоюзная д.65*

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Россия, г. Москва, ул. Мясницкая д.20
yakuba@ipu.ru*

Аннотация: Исследуется степень манипулируемости мажоритарных схем агрегирования в условиях, когда позиции альтернатив и идеальные позиции агентов расположены в евклидовом пространстве. Произведен расчет степени манипулируемости для 3, 4 и 5 альтернатив для четного числа агентов.

Ключевые слова: манипулируемость, правила выбора, индекс Ницана-Келли.

Введение

Проводится оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования коллективного выбора, основанных на мажоритарном отношении. Как известно, в общем случае любое недиктаторское правило выбора манипулируемо со стороны агента, т.е. агент, предъявляя искаженную информацию о своих предпочтениях, может добиться более выгодного для себя исхода голосования. Однако, различные правила выбора характеризуются разной степенью манипулируемости. Кроме того, степень манипулируемости может зависеть от ограничений на возможность формирования профилей голосования, в частности, если профили голосования формируются в рамках модели Даунса [1].

1 Модель манипулирования правил коллективного выбора

В соответствии с моделью Даунса, рассматриваются профили голосования, в которых позиции альтернатив и идеальные точки агентов расположены в евклидовом пространстве.

Альтернативы и агенты позиционированы на отрезке в одномерном случае, или на квадрате в двумерном. Рассматриваются только те случаи, в которых позиции всех агентов и альтернатив различны, и различны также расстояния от альтернатив до агентов.

Профиль голосования строится следующим образом. Для каждого агента альтернативы упорядочиваются по близости их позиций до идеальной точки агента. Рассматриваются только строгие упорядочения альтернатив, ситуации, в которых две или более альтернатив безразличны для какого-либо агента, не рассматриваются. Получившееся таким образом упорядочение является линейным порядком.

Для расчета индекса манипулируемости Ницана-Келли случайным образом генерируются позиции альтернатив и агентов. Построенные по ним профили голосования, допустимые в рассматриваемой модели, проверяются на манипулируемость. Рассматривается манипулирование со стороны агента. Манипулирование производится следующим образом. Для фиксированного расположения позиций альтернатив, идеальная точка позиции каждого агента сдвигается в пространстве, формируются все достижимые таким образом возможные для агента упорядочения альтернатив, которые подставляются в исходный профиль вместо искренних предпочтений агента. Заметим, что введенные таким образом допустимые упорядочения альтернатив, для, например, одномерной модели, для 3 альтернатив составляют набор из 4 упорядочений. Для 4 альтернатив допустимые упорядочения составляют 2 набора из 7 упорядочений, и для 5 альтернатив существует 12 наборов по 11 допустимых упорядочений в каждом. Здесь набор упорядочений понимается в следующем смысле. Сначала фиксируются позиции альтернатив. Для заданного набора позиций альтернатив рассматриваются все возможные позиции агентов, и формируются все возможные упорядочения альтернатив. Фиксированный набор позиций альтернатив таким образом задает допустимый набор упорядочений. Все возможные позиционирования агентов могут сформировать упорядочения только из этого набора.

Рассматривается индивидуальная и коалиционная манипулируемость. В случае индивидуальной манипулируемости, каждый из агентов манипулирует независимо, при этом, остальные агенты не манипулируют, предъявляют искренние предпочтения. В случае коалиционного манипулирования, манипулирование происходит следующим образом. Манипулируют коалиции, состоящие из агентов с одинаковыми искренними предпочтениями, при этом, в качестве неискренних предпочтений, манипулирующая коалиция предъявляет также одинаковые предпочтения. Заметим, что в одном профиле может быть несколько манипулирующих коалиций. При этом профиль считается манипулируемым, если хотя бы одна из коалиций манипулирует успешно.

Оценка манипулируемости производится в условиях множественного выбора, т.е. результатом применения правила выбора может быть не обязательно одна альтернатива, возможно и множество альтернатив. Для сравнения множеств альтернатив применяются расширенные предпочтения, такие, как, например, Лексимин, Лексимакс, Рискофоб, Рискофил введенные в [2].

В качестве индекса манипулируемости используется индекс Ницана-Келли [3,4], представляющий собой долю манипулируемых профилей среди всех рассмотренных профилей.

2 Результаты расчета степени манипулируемости

Производится расчет степени манипулируемости для следующих процедур коллективного выбора. Минимальное доминирующее множество (Minimal dominant set) (MDS), Минимальное недоминируемое множество (Minimal undominated set) (MUS), Минимальное слабоустойчивое множество (Minimal weakly stable set) (MWSS), Правило Фишберна (Fishburn's rule) (F), Непокрытое множество I,II (Uncovered set I,II) (UC1,UC2), Правило Ричелсона (Richelson' rule), (R), Правило

Копланда I,II,III (Copeland's rule I,II,III) (C1,C2,C3), k-устойчивое множество (k-stable set, k=1, 2, 3), kSS. Используемые правила выбора описаны, например, в [5]. Расчет произведен для 3, 4 и 5 альтернатив.

Для нечетного числа агентов, в случае позиционирования агентов и альтернатив на прямой, получающиеся однопиковые предпочтения формируют неманипулируемые профили. Манипулируемость в одномерном случае рассчитывается для четного числа агентов.

Три группы правил содержат правила в одинаковой степени манипулируемости. Первая группа состоит из правила MDS, группа 2 содержит US1,R,C1,C2, группа 3 содержит правила MUS,MWS,F,US2,C3,kSS.

Правила группы 3 для 3-х альтернатив являются низкоманипулируемыми для расширений Лексимин и Рискофил, для 4 и 5 альтернатив правила группы 3 являются низкоманипулируемыми для расширений Лексимин и Best's probability. Вообще, правила группы 3 в целом менее манипулируемы, чем остальные группы, в ряде случаев эта группа имеет нулевую манипулируемость. В свою очередь, правила из группы 2 в большинстве случаев менее манипулируемы, чем правило MDS.

Также в рамках рассмотренной модели была посчитана степень коалиционной манипулируемости мажоритарных правил коллективного выбора. В случае коалиционной манипулируемости присутствуют также три группы правил с одинаковой степенью манипулируемости. Как и в случае с индивидуальной манипулируемостью, группа правил 3 (MUS,MWS,F,US2,C3,kSS) показывает в большинстве случаев степень манипулируемости меньше, чем остальные правила. Однако, для правила MDS и группы правил 2 ситуация противоположна, в случае коалиционного манипулирования, манипулируемость правила Минимальное доминирующее множество (MDS), в большинстве случаев меньше, чем манипулируемость правил группы 2 (US1,R,C1,C2).

Литература

1. *Downs A.* An Economic Theory of Democracy. New York: Harper 1957.
2. *Алескеров Ф.Т., Карабекян Д.С., Санвер Р.М., Якуба В.И.* Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора // Журнал Новой Экономической Ассоциации. 2009. №1-2. с.37-61.
3. *Kelly J.* Almost all social choice rules are highly manipulable, but few aren't. *Social Choice and Welfare*, 1993, vol.10, pp.161–175.
4. *Nitzan S.* The vulnerability of point-voting schemes to preference variation and strategic manipulation. *Public Choice*, 1985, vol.47, pp.349-370.
5. *Aleskerov F., Kurbanov E.* A Degree of Manipulability of Known Social Choice Procedures // *Current Trends in Economics: Theory and Applications* / ed. by A. Alkan, Ch. Aliprantis, N. Yannelis. Springer 1999. Berlin; Heidelberg; N. Y.: 13–27.