ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРВИЧНЫХ СВЯЗЕЙ ПО ОЦЕНКАМ НАБЛЮДАЕМЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Гусев В.Б.

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
г. Москва, ул. Профсоюзная 65, Россия
gusvbr@ipu.ru

Аннотация: Разработан метод расчета оценок первичных связей по оценкам наблюдений в многофакторной системе взаимодействий. Экспертные данные формализованы с помощью схемы взаимодействий, использующей линейные операции. Предложен метод расчета матрицы полных влияний на основе наблюдаемых данных. Приведен пример расчета коэффициентов полного взаимного влияния факторов и оценок косвенного влияния, что позволило получить качественную оценку системного воздействия для примера экспертной модели автономного развития экономической системы.

Ключевые слова. Оценки первичных связей, коэффициенты полного взаимного влияния факторов, косвенные влияния, экспертная модель.

Начальный анализ взаимовлияния факторов в многофакторной системе заключается в исследовании парных взаимодействий [1, 2]. Из всех пар на множестве рассматриваемых факторов выделяются пары, для которых можно представить механизм прямого взаимодействия типа «причина – следствие». Это так называемые «примитивные» взаимодействия. Косвенные влияния на этом этапе отсеиваются. Топология связей определяется на основании представлений эксперта об исследуемых процессах. Структура примитивных связей и значения коэффициентов связи уточняются в процессе верификации модели.

Причины проявления наблюдаемых системных (прямых и косвенных) эффектов определяются непосредственными (примитивными) влияниями одних факторов на другие. Схема взаимодействий факторов для наблюдаемой системы может быть представлена с помощью матрицы оценок влияния. Процедура принятия решений включает получение оценок взаимного влияния факторов и сопоставление полученного результата прогноза с оценкой целевого состояния. Выработка решения основана на использовании в качестве управляющих величин примитивных воздействий на целевое состояние в требуемом направлении.

Пусть рассматриваемым факторам могут быть приписаны численные значения показателей состояния x_i. Схема примитивных взаимодействий факторов представляется экспертной матрицей $\mathbf{A}$. Коэффициенты a_{ij} этой матрицы означают оценку первичного прироста фактора i, вызванного единичным приращением фактора j. Прирост фактора определяется непосредственным действием финансовых механизмов. Оценка взаимодействия представляется в относительных единицах или в балльной шкале, в зависимости от применяемой процедуры рефлексии. Значения коэффициентов a_{ij}

матрицы $\mathbf{A}$, назначаемые экспертным способом, находятся в интервале $[-a_{\max},\ a_{\max}]$. Знаки коэффициентов определяются характером влияния – положительным или отрицательным.

Для линейной процедуры оценивания результатов взаимного влияния факторов – зависимости между показателями состояния факторов могут быть представлены линейными функциями. Для расчета оценки системного эффекта рассматривается результат приращений Δx_i показателей, характеризующих состояние рассматриваемого набора факторов $\mathbf{X}$. Вектор $\Delta\mathbf{y}$ – первичная реакция на приращение $\Delta\mathbf{x}$ вектора показателей представляется с помощью экспертно заданной матрицы $\mathbf{A}$ в виде: $\Delta\mathbf{y} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}$.

Реакция на приращение $\Delta\mathbf{y}$ даст вторичную реакцию на приращение $\Delta\mathbf{x}$. Если процесс многократного рефлексивного отображения приращения $\Delta\mathbf{x}$ на себя приводит к устойчивому результату $\Delta\mathbf{s}$, будем его называть системной реакцией на первичное приращение $\Delta\mathbf{x}$ вектора показателей. Величина $\Delta\mathbf{s}$ в случае сходимости процесса рефлексий может быть рассчитана исходя из следующих соображений.

Системная реакция $\Delta\mathbf{s}(\Delta\mathbf{x})$ обладает устойчивостью по отношению к возмущениям (первичным приращениям $\Delta\mathbf{x}$), когда первичная реакция на приращение $\Delta\mathbf{x}$ не вызывает изменения этой системной реакции. То есть, при любом $\Delta\mathbf{x}$ справедливо равенство:

$$\Delta\mathbf{s} = \mathbf{A}(\Delta\mathbf{s} + \Delta\mathbf{x}),$$

определяющее системную реакцию $\Delta\mathbf{s}$ в ответ на приращение $\Delta\mathbf{x}$ вектора показателей. Отсюда $\Delta\mathbf{s} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}\Delta\mathbf{x} = \mathbf{B}\Delta\mathbf{x}$, где $\mathbf{B}$ представляет собой матрицу полных оценок влияний.

Таким образом, в рамках операций линейной алгебры, если матрица $\mathbf{E} - \mathbf{A}$ обратима, матрица полных оценок $\mathbf{B}$ вычисляется по формуле

$$\mathbf{B} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{A} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}(\mathbf{E} - (\mathbf{E} - \mathbf{A})) = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} - \mathbf{E},$$

или при условии сходимости степенного ряда для матрицы $\mathbf{A}$ по формуле

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \ldots. \qquad (1)$$

Таким образом, матрица полных оценок $\mathbf{B}$ представляет собой транзитивное замыкание оценок примитивных влияний.

Рассмотрим обратную задачу восстановления оценок примитивных взаимодействий по оценкам полных взаимодействий. Обратная процедура поиска оценок примитивных взаимодействий, если матрица $\mathbf{E} + \mathbf{B}$ обратима, имеет вид: $\mathbf{A} = \mathbf{E} - (\mathbf{E} + \mathbf{B})^{-1}$,

а при условии сходимости степенного ряда для матрицы $(-\mathbf{B})$ имеем:

$$\mathbf{A} = \mathbf{B} - (-\mathbf{B})^2 - (-\mathbf{B})^3 \ldots. \qquad (2)$$

Этот процесс можно интерпретировать как последовательное вычитание из матрицы полных влияний $\mathbf{B}$ всех косвенных влияний. Сумма косвенных влияний, равная

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \ldots = (-\mathbf{B})^2 + (-\mathbf{B})^3 \ldots, \qquad (3)$$

позволяет судить о системном эффекте взаимного влияния факторов.

Для линейных операций ряды (1) и (2) сходятся, если наименьшие собственные числа матриц в правой части меньше 1 по абсолютной величине (что коэффициенты матриц по модулю достаточно малы). Для того, чтобы обеспечить сходимость этих рядов достаточно разделить элементы соответствующих матриц на определенный коэффициент (например, оценку нормы $\|\mathbf{A}\|$ матрицы $\mathbf{A}$), а после вычисления суммы ряда умножить ее на этот коэффициент.

В качестве примера рассмотрим схему автономного развития экономической системы. Веса влияний приведены в 10-балльной системе.

Схема примитивных влияний для модели автономного развития экономической системы.

Импорт = 8(Оборотные средства) + 4(Разделение труда)

Оборотные средства = (-5)(Экономические риски) + 9(Экспорт)

Основные средства = 2(Оборотные средства) + (-3)(Техногенные риски)

Локализация управления = 5(Оборотные средства) + 6(Основные средства) + 4(Глобализация управления) + (-3)(Разделение труда)

НТП = 3(Оборотные средства) + 5(Локализация управления)

Техногенные риски = 3(Основные средства) + (-3)(Локализация управления) + (-5)(НТП)

Экономические риски = (-5)(Локализация управления) + (-5)(НТП) + 8(Техногенные риски) + (-5)(Эффект масштабирования)

Внешние интересы = 6(Импорт) + (-4)(Локализация управления) + 4(НТП) + 5(Экспорт) + 7(Эффект масштабирования)

Экспорт = 4(Внешние интересы) + 3(Разделение труда)

Глобализация управления = (-6)(Локализация управления) + 8(Внешние интересы)

Эффект масштабирования = (-5)(Локализация управления) + 5(Глобализация управления)

Разделение труда = (-3)(Локализация управления) + 7(Глобализация управления)

Этой схеме соответствует матрица $\mathbf{A}$. Матрица полных влияний $\mathbf{B}$, учитывающая все косвенные воздействия, может быть получена с помощью процесса (1). Она соответствует оценкам наблюдаемых взаимодействий факторов, что открывает возможность выявлять наиболее влиятельные, критические факторы в сложной системе наблюдаемых взаимодействий.. Элементы матрицы $\mathbf{A}$, полученной на основе анализа наблюдаемых взаимовлияний, можно интерпретировать как показатели первичного (примитивного) взаимовлияния соответствующих факторов. Эти влияния носят фундаментальный характер, что позволяет строить более точные количественные модели.

Матрица $\mathbf{B}-\mathbf{A}$, полученная с помощью процесса (3), с точностью до целых значений, дает оценки косвенного влияния факторов.

Схема косвенных влияний

Импорт = 1(НТП) + (-1)(Техногенные риски) + (-1)(Экономические риски) + 1(Внешние интересы) + 2(Экспорт) + 2(Глобализация управления) + 1(Эффект масштабирования)

Оборотные средства = 1(Оборотные средства) + 3(Локализация управления) + 4(НТП) + (-4)(Техногенные риски) + 2(Внешние интересы) + 1(Экспорт) + 1(Глобализация управления) + 3(Эффект масштабирования) + 1(Разделение труда)

Основные средства = 1(Локализация управления) + 1(НТП) + 1(Экспорт)

Локализация управления = 1(Оборотные средства) + 1(НТП) + (-2)(Техногенные риски) + (-1)(Экономические риски) + 1(Внешние интересы) + 2(Экспорт) + (-1)(Глобализация управления) + 1(Эффект масштабирования)

НТП = 1(Оборотные средства) + 1(Экспорт)

Техногенные риски = (-1)(Оборотные средства) + (-1)(Локализация управления)

Экономические риски = (-1)(Оборотные средства) + 1(Основные средства) + (-1)(Локализация управления) + (-2)(НТП) + (-1)(Глобализация управления)

Внешние интересы = 4(Оборотные средства) + (-1)(Основные средства) + (-2)(Локализация управления) + 1(НТП) + (-1)(Экономические риски) + 1(Внешние интересы) + 1(Экспорт) + 2(Глобализация управления) + 1(Эффект масштабирования) + 3(Разделение труда)

Экспорт = 1(Импорт) + 1(Оборотные средства) + (-2)(Локализация управления) + 1(НТП) + 1(Экспорт) + 1(Глобализация управления) + 1(Эффект масштабирования) + 1(Разделение труда)

Глобализация управления = 2(Импорт) + 1(Оборотные средства) + (-1)(Основные средства) + (-2)(Локализация управления) + 1(НТП) + 2(Экспорт) + 2(Эффект масштабирования) + 1(Разделение труда)

Эффект масштабирования = (-1)(Основные средства) + (-1)(Локализация управления) + 1(Внешние интересы)

Разделение труда = (-2)(Локализация управления) + 2(Внешние интересы) + 1(Эффект масштабирования)

Использование этой схемы позволяет определять цепочки влияний при верификации схемы первичных взаимодействий и при выборе управляющих воздействий.

Литература

1. *Гусев В.Б.* Принятие решений в сильносвязанных структурах взаимодействия факторов и следствий // Конгресс по интеллектуальным системам и технологиям «AIS-IT’10»: труды конгресса. Научное издание в 4-х томах. – М.: Физматлит, 2010. – Т. 1. – С. 124-130.

2. Саати Томас Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. Пер. с англ. / Томас Л. Саати; науч. ред. А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова. Изд. 2-е. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 360 с.
3. Гусев В.Б., Исаева Н.А. Метод рефлексивного оценивания взаимодействия факторов денежно-кредитной политики // Фундаментальные исследования. – 2013. – №10 часть 9. – С. 2005-2009.